

Ein quantenbasiertes Rauschspannungsnormal für die primäre Rauschthermometrie

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von Marco Kraus
aus Tirschenreuth

eingereicht am: 19. Januar 2021
mündliche Prüfung am: 27. April 2021

1. Referent: Prof. Dr. rer. nat. Meinhard Schilling
2. Referent: Hon.-Prof. Dr. rer. nat. Uwe Siegner

Druckjahr: 2021

Dissertation an der Technischen Universität Braunschweig,
Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	III
Abstract	IV
Zugehörige Veröffentlichungen	V
Abkürzungsverzeichnis	VI
1 Einleitung und Motivation	1
2 Grundlagen	5
2.1 Josephson-Effekt	5
2.2 Dynamik eines realen Josephson-Kontakts	7
2.3 Josephson-Spannungsnormal	10
2.3.1 Programmierbares Josephson-Spannungsnormal	10
2.3.2 Pulsgetriebenes Josephson-Spannungsnormal	12
2.4 Anwendungsgebiet Rauschthermometrie	14
3 Aufbau der Josephson-Spannungsrauschquelle	17
3.1 Systemanforderungen zur Kalibrierung des DART	17
3.2 Josephson-Schaltung	19
3.3 Hardware-Komponenten, Verkabelung	21
3.4 Sigma-Delta Modulation	23
3.4.1 Berechnung und Analyse der Pulsmuster	24
3.4.2 Konventionelle Pulse-Bias-Methode	28
3.4.3 Zero-Kompensation-Methode	31
4 Grundlegende System-Charakterisierung	35
4.1 Strom-Spannungs-Charakteristik	35
4.2 Pulsbetrieb	36
4.3 Elektromagnetische Abschirmung	40
4.4 Josephson-Spannungsnormal-Vergleiche	43
5 Systematische Quellen von Messabweichungen der Josephson-Spannungsrauschquelle	47
5.1 Messaufbau	47
5.2 Betrieb der pulsgetriebenen Josephson-Systeme	49
5.3 Messdatenerfassung	49
5.4 Analyse der Messmethode	50
5.4.1 Messstabilität und -genauigkeit	50
5.4.2 Unterdrückung der ADC-Nichtlinearität und Frequenzgang	52
5.5 Einfluss der Ausgangsverkabelung	54
5.5.1 Analytische Herleitung	54
5.5.2 Simulation der Ausgangsverkabelung	56
5.5.3 Messergebnisse	57

5.6	Einfluss des Pulse-Bias-Stroms	58
5.6.1	Bestimmung der Feedthrough-Messabweichung	59
5.6.2	Phasenwinkelbestimmung	63
5.6.3	Frequenzabhängigkeit	65
6	Kalibrierung kritischer Rauschthermometerkomponenten	67
6.1	Messaufbau und Datenerfassung	67
6.2	Betrieb der Josephson-Spannungsrauschquelle	70
6.3	Einfluss von Nichtlinearität auf Rauschmessungen	71
6.4	Verzerrungsarme Mehrtonwellenformen	76
6.5	Kalibrierungsmethode	78
6.6	Kalibrierung mit Mehrtonwellenformen	81
6.7	Untersuchung der Signalverstärkungslinearität	84
6.7.1	Eingangsamplitudenabhängigkeit	85
6.7.2	Offsetspannungsabhängigkeit	88
7	Zusammenfassung	91
	Literaturverzeichnis	93
	Danksagung	101

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine quantenbasierte Referenzspannungsrauschquelle für metrologische Anwendungen in der primären Rauschthermometrie aufgebaut und charakterisiert. Das Hauptziel der Arbeit besteht darin, die auf den Josephson-Effekt beruhende Rauschquelle für den Betrieb im vorgesehenen Signalfrequenzbereich bis 225 kHz zu optimieren, um eine Amplitudengenauigkeit im einstelligen $\mu\text{V}/\text{V}$ -Bereich bei zukünftigen Kalibrierungen des neuen und patentierten Rauschthermometers der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt zu gewährleisten.

Das System basiert auf einer Serienschaltung pulsgetriebener Josephson-Kontakte und ermöglicht es arbiträre, quantenbasierte Spannungssignale zu erzeugen. Es erfolgt eine umfassende Beschreibung des experimentellen Aufbaus und der Funktionsweise. Darüber hinaus wird das System grundlegend charakterisiert und die exzellente Funktionalität, welche die Josephson-Spannungsrauschquelle bietet, experimentell demonstriert. Auftretende Sigma-Delta-Konvertierungsfehler nach der Puls-Dichte-Modulation werden diskutiert, berechnet und berücksichtigt. Die Optimierung der Probenstangenabschirmung und Filterung des Pulse-Bias-Stroms bewirkt eine effiziente Reduktion weiterer potentieller Störeinflüsse durch elektromagnetische Interferenz und Übersprechen.

Erstmalig erfolgen im Verlauf der Arbeit direkte und indirekte Wechselspannungsvergleiche zwischen zwei pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormalen zur Überprüfung der Amplitudengenauigkeit für einen erweiterten Signalfrequenzbereich bis 500 kHz. Die hochfrequenten Amplitudenabweichungen durch die Ausgangsverkabelung und den Pulse-Bias-Strom werden systematisch untersucht und analysiert. Die Messergebnisse stimmen sehr gut mit dem erstellten Modell überein und liegen für alle untersuchten Konfigurationen nach Korrektur der erwarteten Frequenzabhängigkeit innerhalb $\pm 1 \mu\text{V}/\text{V}$ bis 500 kHz.

Abschließend wird die optimierte Josephson-Spannungsrauschquelle, die verzerrungsarme Mehrtonwellenformen bis 240 kHz synthetisiert, zur Untersuchung und Kalibrierung des Frequenzgangs sowie der Signalverstärkungslinearität kritischer Rauschthermometerkomponenten eingesetzt. Der Vergleich zweier unterschiedlicher Mehrtonwellenformen demonstriert den Einfluss von Intermodulationsverzerrung während der Kalibrierung. Weitere Messergebnisse zeigen den Einfluss von Dither und angelegter Offsetspannung auf die Nichtlinearität des untersuchten Analog-Digital-Wandlers. Unter Berücksichtigung der gewonnenen Erkenntnisse kann eine hervorragende Verstärkungslinearität des Signalpfads einschließlich des Analog-Digital-Umsetzers und eines Prototyp-Verstärkers für das neue Rauschthermometer innerhalb $\pm 2 \mu\text{V}/\text{V}$ für eingangsbezogene Rauschpegel von $9,7 \mu\text{V}$ bis $465 \mu\text{V}$ experimentell nachgewiesen werden.

Die Ergebnisse der Arbeit belegen die Einsatztauglichkeit und Genauigkeit der Josephson-Spannungsrauschquelle zur Kalibrierung des neuen Rauschthermometers bis 225 kHz, eine der Grundvoraussetzungen, um das langfristige Ziel in einem primären Thermometrieverfahren eine Messunsicherheit besser als $10 \mu\text{K}/\text{K}$ zu erreichen. Darüber hinaus liefern die Erkenntnisse substanzielle Beiträge zum vertieften Verständnis pulsgetriebener Josephson-Spannungsnormale bis 500 kHz. Ferner konnten wichtige wissenschaftliche Fragestellungen erfolgreich überprüft und zur Verbesserung des neuen Rauschthermometer-Konzepts genutzt werden.

Abstract

In this thesis a quantum-based reference voltage noise source for metrological applications in primary noise thermometry is built and characterised. The main objective of the work is to optimise the noise source for operation in the frequency range up to 225 kHz and to ensure amplitude accuracy at the single-digit $\mu\text{V}/\text{V}$ level. This noise source based on the Josephson effect is planned to later calibrate the new and patented noise thermometer of the Physikalisch-Technische Bundesanstalt.

The system is based on pulse-driven Josephson junctions connected in series, which enables the generation of arbitrary, quantum-based voltage signals. A comprehensive description of the experimental setup and its mode of operation is given. Furthermore, a basic system characterisation and some highlights of the excellent functionality that the Josephson voltage noise source offers are also provided. Errors that occur in the sigma-delta conversion that modulates the pulse repetition frequency are discussed, calculated and taken into account. Optimising the cryoprobe shielding and filtering of the pulse bias current efficiently reduces additional possible errors from electromagnetic interference and crosstalk.

For the first time, direct and indirect AC voltage comparisons between two pulse-driven Josephson voltage standards for an extended signal frequency range up to 500 kHz have been carried out as part of this work in order to check the system's amplitude accuracy. High-frequency amplitude deviations due to the output cabling and the pulse bias current are investigated and analysed systematically. The measurement results show very good agreement with the model created and are within $\pm 1 \mu\text{V}/\text{V}$ up to 500 kHz for all configurations investigated, once the expected frequency dependence is corrected.

Finally, the optimised Josephson voltage noise source, generating distortion free multi-tone waveforms up to 240 kHz, is used to investigate and calibrate the frequency response and gain linearity of critical noise thermometer components. Two different types of multi-tone waveforms are compared to demonstrate the effect of intermodulation distortion during calibration. Additional results show the influence of dither and of an offset voltage on the linearity measurements with the analogue-to-digital converter used. Under consideration of all the aspects presented, the gain linearity of the signal path including a prototype amplifier for the new noise thermometer and an analogue-to-digital-converter is experimentally demonstrated within $\pm 2 \mu\text{V}/\text{V}$ for input-referred noise levels from $9.7 \mu\text{V}$ to $465 \mu\text{V}$.

The results of this work prove the suitability and accuracy of the Josephson voltage noise source for the calibration of the new noise thermometer up to 225 kHz, one of the basic requirements for the long-term goal of a measurement uncertainty better than $10 \mu\text{K}/\text{K}$ by primary temperature measurements. Furthermore, this work has thoroughly extended the understanding of pulse-driven Josephson voltage standards up to 500 kHz. Moreover, important scientific questions could be successfully tested and be used to improve the new noise thermometer concept.

Zugehörige Veröffentlichungen

Die nachstehend aufgeführten Veröffentlichungen enthalten Teile der vorliegenden Arbeit:

- **M. Kraus**, O. Kieler, R. Behr, J. Herick, S. Bauer, L. Palafox & F. Ahlers: „*Frequency-Dependent Verification of the Quantum Accuracy of a Quantum Voltage Noise Source*,“ IEEE CPEM Conf. Dig., Paris, 2018, DOI: 10.1109/CPEM.2018.8500838.
- **M. Kraus**, D. Drung, R. Behr, L. Palafox, O. Kieler, S. Bauer & J. Herick: „*Measurement and analysis of high-frequency voltage errors in the Josephson arbitrary waveform synthesizer*,“ Meas. Sci. Technol., Bd. 31, Nr. 12, S. 125003, 2020, DOI: 10.1088/1361-6501/aba458.
- **M. Kraus**, R. Behr, O. Kieler, S. Bauer, L. Palafox & J. Herick: „*Evaluation of the Zero-Compensation Method Based on the Comparison of Two Pulse-Driven Josephson Voltage Standards*,“ IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191757.
- L. Palafox, J. Herick, S. Bauer, **M. Kraus**, O. Kieler & R. Behr: „*Applications of the Josephson based spectrum analyzer*,“ IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191890.
- **M. Kraus**, D. Drung, C. Krause, L. Palafox & R. Behr: „*Linearity measurements of critical Johnson noise thermometer components with low-distortion multitones from a Josephson arbitrary waveform synthesizer*,“ Meas. Sci. Technol., Bd. 32, Nr. 6, S. 065006, 2021, DOI: 10.1088/1361-6501/abd1fc.

Abkürzungsverzeichnis

AC	Wechselstrom, engl. alternating current
ACJVS	AC Josephson-Spannungsnorm, engl. AC Josephson voltage standard
ADC	Analog-Digital-Umsetzer, engl. analog-to-digital converter
AGT	akustisches Gasthermometer
CIFB	engl. cascade-of-integrators feedback form
CODATA	engl. Committee on Data for Science and Technology
DAC	Digital-Analog-Umsetzer, engl. digital-to-analog converter
DART	selbst-kalibrierendes Dualmodus-Widerstandsthermometer, engl. dual-mode auto-calibrating resistance thermometer
DC	Gleichstrom, engl. direct current
DCGT	Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer, engl. dielectric constant gas thermometer
DUT	Prüfling, engl. device under test
EMI	elektromagnetische Interferenz
FIR	endliche Impulsantwort, engl. finite impulse response
iDCB	innerer DC-Block, engl. inner DC block
IMD	Intermodulationsverzerrung, engl. intermodulation distortion
INRIM	ital. Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (Italien)
ioDCB	innerer/äußerer DC-Block, engl. inner/outer DC block
ITS	Internationale Temperaturskala
JAWS	engl. Josephson arbitrary waveform synthesizer
JFET	Sperrschichtfeldeffekttransistor, engl. junction gate field-effect transistor
JNT	Johnson-Rauschthermometer, engl. Johnson noise thermometer
LNE	franz. Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (Frankreich)
LSB	Bit mit dem niedrigsten Stellenwert, engl. least significant bit
LSD	spektrale Amplitudendichte, engl. linear spectral density
NPL	engl. National Physical Laboratory (Großbritannien)
NIM	engl. National Institute of Metrology (China)
NIST	engl. National Institute of Standards and Technology (USA)
OSR	Überabtastungsfaktor, engl. oversampling ratio
PJVS	programmierbares Josephson-Spannungsnorm, engl. programmable Josephson voltage standard
PPG	Puls-/Bitmuster-generator, engl. pulse pattern generator
PSD	spektrale Leistungsdichte, engl. power spectral density
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
QLR	Quantisierungsbereich, engl. quantum locking range
QVNS	quantisierte Spannungsrauschquelle, engl. quantum voltage noise source
RCSJ	engl. resistively capacitively shunted junction
REF	Referenz

RMS	Effektivwert, engl. root mean square
RSFQ	engl. rapid single flux quantum
SFDR	störungsfreier dynamischer Bereich, engl. spurious-free dynamic range
SI	Internationales Einheitensystem, franz. Système International d'Unités
SIS	Supraleiter/Isolator/Supraleiter
SNR	Signal-Rausch-Abstand, engl. signal-to-noise ratio
SNS	Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter
THD	Gesamte harmonische Verzerrung, engl. total harmonic distortion
TPW	Tripelpunkt von Wasser
ZC	Zero-Kompensation, engl. zero-compensation

1 Einleitung und Motivation

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Aufbau und der Charakterisierung einer quantenbasierten Referenzspannungsrauschquelle für metrologische Anwendungen in der primären Rauschthermometrie. Das Hauptziel besteht darin, die auf den Josephson-Effekt beruhende Rauschquelle für den Betrieb im vorgesehenen Signalfrequenzbereich bis 225 kHz zu optimieren, um eine Amplitudengenauigkeit im einstelligen $\mu\text{V}/\text{V}$ -Bereich bei der späteren Kalibrierung des neuen und patentierten Rauschthermometers der Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) zu ermöglichen.

Die genaue Kenntnis der thermodynamischen Temperatur T ist von essentieller Bedeutung für Wissenschaft, Technik und Umwelt. Sie rückführbar und mit bestmöglicher Genauigkeit in ihrer, im Internationalen Einheitensystem (franz. *Système International d'Unités*, SI) zugeordneten Einheit Kelvin zu quantifizieren, stellt jedoch große technologische und messtechnische Herausforderungen dar. Die präzisesten Temperaturmessungen werden durch primäre Thermometrierverfahren erzielt. Vor dem Beschluss der 26. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (franz. *Conférence Générale des Poids et Mesures*), im November 2018 das SI fundamental zu reformieren, wurde die Einheit Kelvin über den Tripelpunkt von Wasser (TPW) definiert. Um rückführbare und metrologisch relevante Temperaturmessung durchzuführen, eigneten sich dementsprechend bislang nur Thermometer, die sowohl im vorgesehenen Temperaturbereich als auch am TPW präzise Messergebnisse lieferten. Die fortschreitende Weiterentwicklung primärer Thermometrierverfahren führte zur Verbesserung der Messunsicherheit bei der Bestimmung der Boltzmann-Konstante k am TPW und machte es schließlich möglich k , als definierende Naturkonstante der Einheit Kelvin für dessen Festlegung im revidierten SI zu bestimmen. Seit dem 20. Mai 2019 werden nicht nur die Einheit Kelvin, sondern alle SI-Einheiten über exakt bestimmte Werte für sieben fundamentale Naturkonstanten definiert. Das revidierte SI bietet damit die Möglichkeit, unabhängig von physikalischen Artefakten oder Materialeigenschaften im ganzen Universum Messgrößen einheitlich und rückführbar zu messen [1].

Abbildung 1.1 (a) zeigt die Beiträge führender Metrologie-Institute zur Redefinition von k durch das CODATA (engl. *Committee on Data for Science and Technology*) im Jahr 2017. Die relative Standardunsicherheit von $8,5 \cdot 10^{-6}$ im Jahr 1986 konnte kontinuierlich auf bis zu $3,7 \cdot 10^{-7}$ im Jahr 2017 verbessert werden [2, 3]. Neben Beiträgen aus Präzisionsexperimenten zu drei unterschiedlichen primären Thermometrierverfahren, darunter akustische (AGT) und Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometrie (DCGT), konnte erstmalig ein Johnson-Rauschthermometer (JNT) unter Verwendung einer Josephson-Spannungsrauschquelle eine relative Standardunsicherheit von $2,7 \cdot 10^{-6}$ erreichen und zur Redefinition von k beitragen [2, 4]. Speziell bei höheren Temperaturen besitzt ein JNT gegenüber gasthermometrischen Verfahren aufgrund des erhöhten Messsignals ein vielversprechenderes Potential. Trotz der fortschreitenden Entwicklung auf dem Gebiet der Rauschthermometrie wurde bis heute weder die technische Reife für einen kommerziellen Einsatz erreicht, noch die Genauigkeit für metrologische Messungen auf $\mu\text{K}/\text{K}$ -Niveau über einen erweiterten Temperaturbereich experimentell demonstriert [5].

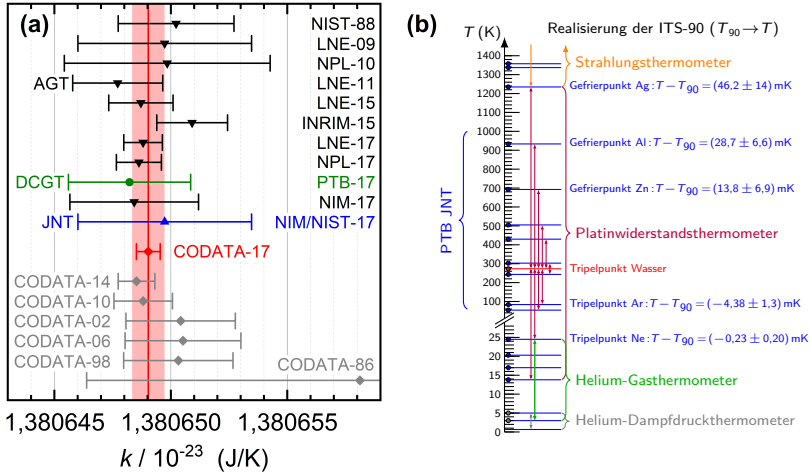


Abb. 1.1: CODATA-Werte aus unterschiedlichen Experimenten für die Boltzmann-Konstante k und Schema zur Realisierung der Internationalen Temperaturskala ITS-90. Teilgrafik (a) zeigt die chronologisch angeordneten Werte für k führender Metrologie-Institute (siehe Abkürzungsverzeichnis), die zur aktuellen Redefinition (rot) beitrugen. Zum Vergleich sind die Werte vorheriger Neubestimmungen in grau dargestellt (Daten aus [2, 3]). Die rote Fläche entspricht einer relativen Unsicherheit von ± 5 Teilen in 10^7 . In (b) sind die Fix- bzw. Kalibrierpunkte und Temperaturbereiche der vorgeschriebenen Sekundärthermometer der ITS-90 zur Rückführung der gemessenen Temperatur T_{90} auf die thermodynamische Temperatur T illustriert. Die gültigen Interpolationsbereiche zwischen den Fixpunkten sind durch farbige Pfeile gekennzeichnet (Daten aus [6, 7]). Die nach Referenz [8] geschätzten Abweichungen $T - T_{90}$ sind exemplarisch für fünf Punkte angeführt. Die Fehlerbalken und angegebenen Messunsicherheiten repräsentieren kombinierte Standardunsicherheiten.

Da Messungen mit primären Thermometern im Allgemeinen typischerweise sehr kompliziert und zeitaufwändig sind, kann man die thermodynamische Temperatur T im Rahmen der Internationalen Temperaturskala von 1990 (ITS-90) indirekt und wesentlich praktikabler bestimmen. Ein Schema der ITS-90 ist in Abbildung 1.1 (b) gezeigt. Hierbei werden die fest vorgeschriebenen Sekundärthermometer zunächst an den definierten Fixpunkten der ITS-90 im benötigten Temperaturbereich kalibriert. Anschließend kann man T über speziell definierte Interpolationsgleichungen im dafür vorgegeben Interpolationsbereich aus der gemessenen Temperatur T_{90} ableiten [7]. Die Unterteilung in mehrere, sich zum Teil überlappende Bereiche erhöht dabei die Flexibilität des Nutzers bei der Realisierung der Skala. Andererseits führt dies auch zur Mehrdeutigkeit bei der Temperaturbestimmung durch die imperfekte Definition der ITS-90 unter Verwendung unterschiedlicher Interpolationsgleichungen bzw. -thermometer [6]. Eine damit verknüpfte, bekannte Problematik stellen die Abweichungen der tatsächlichen thermodynamischen Temperatur an den Fixpunkten von denen in der ITS-90 zugeordneten Werten $T - T_{90}$ dar, exemplarisch in Abbildung 1.1 (b) dargestellt.

Speziell bei höheren Fixpunkt-Temperaturen kann sowohl die aktuelle als auch eine zukünftige und optimierte ITS-XX durch Reduktion der Messunsicherheiten primärer Thermometer oder i. a. W. durch eine genauere Kenntnis von $T - T_{90}$ profitieren.

An dieser Stelle setzt das PTB-Projekt „elektronisches Kelvin“ an. Es soll ein praktisches JNT im Temperaturbereich von 77 K bis 1000 K mit Anspruch auf eine internationale Spitzenposition entwickelt werden. Das neue PTB-Rauschthermometerkonzept kombiniert dabei die Vorteile von schneller Widerstands- und primärer Rauschthermometrie [9]. Neben einer metrologischen Variante mit einer relativen Zielunsicherheit von besser als $10 \mu\text{K/K}$ wird ebenfalls die Realisierung eines kommerziellen und patentierten Systems mit angepasster Messunsicherheit angestrebt. Durch die Rückführung der elektrischen Temperaturmessung auf ein speziell für den Einsatz als Referenzspannungsrauschquelle optimiertes Josephson-System soll ein primäres Temperaturnormal für metrologische und industrielle Anwendungen ohne die Notwendigkeit von Fixpunktzellen realisiert werden. Im Kontext des revidierten SI stützt sich die absolute Messung der thermodynamischen Temperatur demnach auf die festgelegten Werte von vier der sieben definierenden Naturkonstanten: der Elementarladung e , des Planckschen Wirkungsquantums h , der emittierten Strahlungsfrequenz des ungestörten Hyperfeinübergangs des Grundzustands eines ^{133}Cs -Atoms $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ und der Boltzmann-Konstante k [1].

Um die Ziele des Projekts zu erreichen, wurde daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Josephson-Spannungsrauschquelle entwickelt. Der Aufbau und die Funktionsweise des Systems ist detailliert beschrieben und speziell an das neue PTB-Rauschthermometerkonzept angepasst. Nach der grundlegenden Systemcharakterisierung und Überprüfung der Funktionalität wird beschrieben wie die frequenzabhängige Amplitudengenauigkeit pulsgetriebener Josephson-Spannungsnormale erstmalig bis 500 kHz experimentell verifiziert werden konnte, um optimale Voraussetzungen für die späteren Kalibrierungen der Messelektronik zu gewährleisten. Ferner wurden die auftretenden systematischen Fehler analysiert und die gewonnen Erkenntnisse zur Optimierung der Rauschquelle eingesetzt. Abschließend wird dargestellt, wie man die Josephson-Spannungsrauschquelle zur Kalibrierung und Untersuchung der Signalverstärkungslinearität kritischer Rauschthermometerkomponenten einsetzte. Die Ergebnisse der Arbeit fließen bereits jetzt in die Weiterentwicklung und Optimierung des neuen PTB-Rauschthermometers ein und tragen darüber hinaus allgemein zum verbesserten Verständnis systematischer Fehlerquellen im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal bei.

2 Grundlagen

Im nachfolgenden Kapitel werden die wichtigsten physikalischen Grundlagen und Anwendungen zum besseren Verständnis der vorliegenden Arbeit erläutert. Ein Augenmerk liegt dabei auf dem Josephson-Effekt, welcher die Grundlage für die Entstehung und Entwicklung von Josephson-Spannungsnormalen bildet. Nach der Beschreibung des Verhaltens realer Josephson-Kontakte und zweier etablierter Systemtypen zur Erzeugung quantenbasierter Spannungen, wird speziell auf das Anwendungsgebiet in der Rauschthermometrie detaillierter eingegangen.

2.1 Josephson-Effekt

Im Jahre 1962 wurde von Josephson der nach ihm benannte Josephson-Effekt theoretisch vorausgesagt [10]. Zwei Supraleiter, die durch eine wenige Nanometer dünne Tunnelbarriere (Normalleiter, Isolator oder Halbleiter) voneinander getrennt sind, bilden einen sogenannten Josephson-Kontakt (vgl. Abbildung 2.1). Durch die Kopplung der Supraleiter-Wellenfunktionen können Cooper-Paare (Zusammenschluss zweier schwach-gekoppelter Elektronen) widerstandslos mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit durch die Barriere tunneln [1, 11].

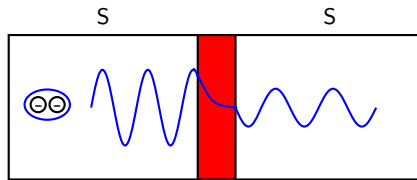


Abb. 2.1: Schematischer Aufbau eines Josephson-Kontakts. Zwei Supraleiter (S) sind durch eine dünne Tunnelbarriere (rot) räumlich voneinander getrennt. Durch die quantenmechanische Kopplung beider Supraleiter können Cooper-Paare, exemplarisch angedeutet durch die Wellenfunktion eines Elektronen-Paars (blau), mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit durch die Barriere hindurch tunneln.

Nach der BCS-Theorie (Bardeen, Cooper, Schrieffer) [12] lässt sich ein Supraleiter mit Hilfe einer makroskopischen Wellengleichung beschreiben. Alle Cooper-Paare befinden sich in einem gemeinsamen, kohärenten Quantenzustand (BCS-Zustand) mit Gesamtspin Null (Bosonen) [11]. Die zeitabhängigen Schrödingergleichungen beider schwach gekoppelter Supraleiter bestimmen demnach den durch die Cooper-Paare hervorgerufenen Suprastrom. Eine detaillierte Herleitung der Lösung dieses physikalischen Problems, die sogenannte erste und zweite Josephson-Gleichung, kann [1, 11] entnommen werden. Die erste Josephson-Gleichung ist gegeben durch:

$$I_S = I_c \sin(\phi) \quad (2.1)$$

Hierbei beschreibt I_c die maximale Stromstärke durch die Tunnelbarriere (kritischer Strom) und ϕ den Phasenunterschied beider Supraleiter-Wellenfunktionen. Die zeitliche Entwicklung des Cooper-Paar Stroms ist bestimmt durch die Zeit-

abhängigkeit der Phasendifferenz. Die Ableitung von ϕ nach der Zeit bildet die zweite Josephson-Gleichung:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V \quad (2.2)$$

Dabei repräsentiert e die Elementarladung, \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum und V die Potentialdifferenz beider Supraleiter (Spannung). Mit Gl. (2.1) und Gl. (2.2) ergibt sich für den Tunnelstrom:

$$I_S(t) = I_c \sin \left(\frac{2e}{\hbar} \int V(t) dt \right) \quad (2.3)$$

Legt man eine Gleichspannung $V \neq 0$ am Kontakt an, erhält man nach Integration einen hochfrequenten Tunnelstrom:

$$I_S(t) = I_c \sin(\omega_J t + \phi_0) \quad \text{mit} \quad \omega_J = \frac{2e}{\hbar} V \quad (2.4)$$

Hierbei repräsentiert die konstante Phase ϕ_0 eine Integrationskonstante und ω_J die Josephson-Kreisfrequenz. Gl. (2.4) beschreibt die fundamentale Spannung-Frequenz-Umwandlung eines Josephson-Kontakts (Josephson-Wechselstrom-Effekt). Ergänzend sei erwähnt, dass für den Fall $V = 0$ und $\phi_0 \neq 0$ ein Gleichstrom in Abwesenheit einer externen Spannung fließt (Josephson-Gleichstrom-Effekt) [1].

Auf dem inversen Josephson-Wechselstrom-Effekt, erstmals experimentell beobachtet durch Sidney Shapiro im Jahre 1963 [13], beruht das Grundprinzip der Josephson-Spannungsnormale. Dies wird ersichtlich durch Anlegen einer Wechselspannung $V(t) = V + V_M \cos(\omega_M t)$ mit Kreisfrequenz $\omega_M = 2\pi f$, Wechselspannungsamplitude V_M und einem Gleichspannungsanteil V . Es lässt sich zeigen, dass man den Tunnelstrom mit Hilfe einer Reihe von Besselfunktionen J_n n -ter Ordnung ausdrücken kann [1]:

$$I_S(t) = I_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_n \left(\frac{2e}{\hbar} \frac{V_M}{\omega_M} \right) \sin((\omega_J - n \omega_M) t + \phi_0) \quad (2.5)$$

Für $\omega_J - n \omega_M = 0$ fließt ein Cooper-Paar Gleichstrom über den Josephson-Kontakt. Dies gilt für die in der Literatur als Shapiro-Stufen bezeichneten Gleichspannungswerte:

$$V_n = n \frac{\hbar}{2e} \omega_M = n \Phi_0 f \quad \text{mit} \quad \Phi_0 = \frac{1}{K_J} = \frac{\hbar}{2e} \quad (2.6)$$

Der ganzzahlige Parameter n nummeriert dabei die Shapiro-Stufe. Der Kehrwert eines Flussquants $\Phi_0 \approx 2,07 \mu\text{V}/\text{GHz}$ entspricht der Josephson-Konstante K_J . Aus physikalischer Sicht resultiert die Ausbildung konstanter Spannungsplateaus V_n aus der Frequenzmodulation von ω_J mit der extern eingestrahlten Kreisfrequenz ω_M . In der Literatur wird dieser Prozess häufig auch als „Phasenkopplung“ bzw. „phasenstabiler Transfer“ von Flussquanten durch den Josephson-Kontakt beschrieben. Da Gl. (2.6) über das präzise messbare Verhältnis zweier

Naturkonstanten bestimmt und direkt proportional zur angelegten Frequenz f ist, können Josephson-Kontakten als quantenbasierter Frequenz-Spannungs-Wandler genutzt werden, um hochpräzise Spannungswerte zu erzeugen [1].

2.2 Dynamik eines realen Josephson-Kontakts

Im Gegensatz zur Beschreibung eines idealen Josephson-Kontakts, müssen im realen Kontakt weitere Strombeiträge berücksichtigt werden. Das von Stewart und McCumber [14, 15] vorgestellte RCSJ-Modell (engl. resistively capacitively shunted junction) ermöglicht es die Dynamik der Phasendifferenz ϕ zu beschreiben. Das Modell umfasst neben dem Cooper-Paar Strom I_S einen Verschiebungsstrom I_D aufgrund der Kapazität C des Kontakts, einen Quasiteilchenstrom I_N hervorgerufen durch das Tunneln ungepaarter Elektronen bei endlichen Temperaturen sowie einen extern angelegten Bias-Strom I . Man beachte, dass I je nach dem betrachteten Fall sowohl einen Gleich- als auch einen Wechselstromanteil besitzt bzw. besitzen kann. Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 2.2 (a) illustriert. In dieser Parallelschaltung teilt sich I in I_S , I_N dargestellt als Strom über den ohmschen Widerstand R_N und I_D auf. Für Temperaturen unterhalb der kritischen Sprungtemperatur T_c ergibt sich [1]:

$$I = I_S + I_N + I_D = I_c \sin(\phi) + \frac{V}{R_N} + C \frac{dV}{dt} \quad (2.7)$$

Mit $d\phi/dt = \dot{\phi} = 2\pi V/\Phi_0$ und Gl. (2.7) ergibt sich eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung [16]:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} \left(C \ddot{\phi} + \frac{1}{R_N} \dot{\phi} \right) = \underbrace{I - I_c \sin(\phi)}_{-\nabla \vec{E}} \quad (2.8)$$

Die Dynamik der Phasendifferenz ϕ repräsentiert das mechanische Analogon einer Teilchenbewegung mit Masse m und Dissipation η in einem Potential \vec{E} . Das zugrundeliegende Potential ist schematisch in Abbildung 2.2 (b) gezeigt und wird in der Literatur als (gekipptes) Waschbrettpotential bezeichnet. Durch lineare Näherung, d. h. $\sin(\phi) \approx \phi$ erhält man für Gl. (2.8) das in der Physik typische und vielseitig anwendbare Modellsystem eines gedämpften harmonischen Oszillators [16].

Im RCSJ-Modell lassen sich die realen Josephson-Kontakte anhand des McCumber-Parameters

$$\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_c R_N^2 C \quad (2.9)$$

in Kontakte mit bzw. ohne hysteretisches Verhalten einteilen. In Analogie zum RLC -Schwingkreis entspricht β_c dem Quadrat des Gütefaktors Q [1].

Für den Fall $\beta_c > 1$ (hoher Widerstand und Kapazität) spricht man in der Literatur von unterdämpften Kontakten. Die Strom-Spannungs-Charakteristik ist durch eine Hysterese gekennzeichnet und tritt typischerweise in SIS-Kontakten (Supraleiter/Isolator/Supraleiter) auf. Das Verhalten ist schematisch in Abbildung 2.3 (a) dargestellt. Ausgehend bei $I = 0$ bleibt der Spannungsabfall am Jo-

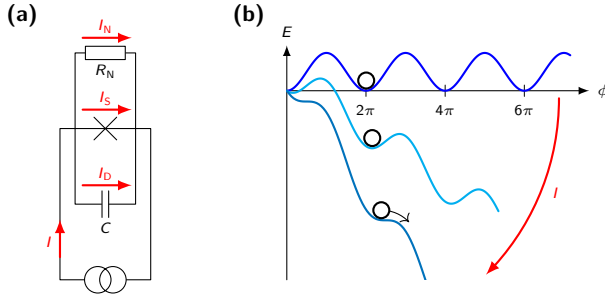


Abb. 2.2: Josephson-Kontakt im RCSJ-Modell. Das Ersatzschaltbild in (a) berücksichtigt neben dem Tunnelstrom I_S des Josephson-Elements (X) einen Verschiebungsstrom I_D und Quasiteilchenstrom I_N . Teilgrafik (b) illustriert schematisch das mechanische Analogon zwischen der Dynamik der Phasendifferenz ϕ und der gedämpften Bewegung eines Teilchens im gekippten Waschbrettpotential. Mit zunehmenden Bias-Strom I verstärkt sich die Verkipfung des Potentials. (Eigene Darstellung nach [1, 16])

sephson-Kontakt bis zum kritischen Strom I_c für zunehmenden Bias-Strom null. Bei Überschreiten von I_c verlassen beide Supraleiter im Kontakt die supraleitende Phase und folglich springt die Spannung diskontinuierlich auf einen Wert ungleich von null. Erniedrigt man den Bias-Strom, kehren beide Supraleiter erst bei einem im Vergleich zu I_c stark reduzierten Strom in den supraleitenden Zustand zurück. Eine Erklärung für das Verhalten liefert die Betrachtung eines „Phasenteilchens“ im gekippten Waschbrettpotential als Analogie zur Dynamik der Phasendifferenz des Josephson-Kontakts. Bei einem angelegten Strom, der größer ist als der kritische Strom, d. h. bei einer starken Neigung des Potentials, kann sich das Teilchen frei auf dem Potential bewegen. Aufgrund der ausreichenden kinetischen Energie und der geringen Dämpfung wird die Bewegung des Phasenteilchens erst bei nahezu horizontaler Lage des Potentials in einem lokalen Potential-Minimum gestoppt. Daher kehrt der Josephson-Kontakt erst für einen Rückkehrstrom $I_r < I_c$ erneut in seinen supraleitenden Zustand zurück [1, 16, 17].

Abbildung 2.3(b) zeigt schematisch die Shapiro-Stufen in der Strom-Spannungs-Kennlinie bei Einstrahlung eines Mikrowellenstroms eines unterdämpften Josephson-Kontakts. Im Allgemeinen ist Gl. (2.8) nicht eindeutig lösbar. Abhängig von den Kontaktparametern, der Mikrowellenfrequenz und -leistung ergeben sich für einen bestimmten Parameterbereich metastabile Stufen und darüber hinaus chaotisches Verhalten [1, 19]. Bei geschickter Parameterwahl können dennoch überlappende, quantisierte Spannungstufen um $U = 0$, sogenannte Nullstromstufen für unterdämpfte Josephson-Kontakte beobachtet werden. Das konventionelle Josephson-Spannungsnormal basiert auf einer Serienschaltung von unterdämpften Josephson-Kontakten zur Erzeugung quantenbasierter Gleichspannungen. Aufgrund des hysteretischen Verhaltens der SIS-Kontakte erschwert sich jedoch der Bedienungs- und Zeitaufwand, um die Ausgangsspannung einzustellen oder i. a. W. die richtige Shapiro-Stufe der Summe aller Kontakte vor der eigentlichen Messung zu selektieren. Des Weiteren kann sich durch externe, interferie-

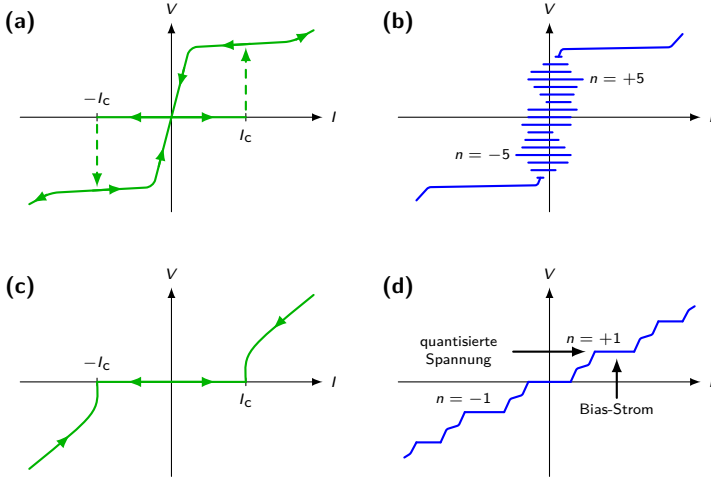


Abb. 2.3: Schematische Strom-Spannungs-Kennlinien realer Josephson-Kontakte. Teilgrafik (a) zeigt das Verhalten hysteretischer Josephson-Kontakte für einen Bias-Strom mit variierten Gleichstromanteil und (b) unter zusätzlicher Einstrahlung eines kontinuierlichen Wechselstroms. Man beachte, dass beide Charakteristiken eine Überlagerung der detektierten Spannungen repräsentiert, welche durch Variation des Gleichstroms und der Mikrowellenleistung entstehen. In (c) und (d) ist die Kennlinie eines überdämpften Kontakts für beide Bias-Strom-Arten illustriert. (Eigene Darstellung nach [1, 18])

rende Störungen die Ordnung der Stufen ändern, da die Spannung am Kontakt nicht eindeutig durch den Bias-Strom festgelegt ist. Im Betrieb des konventionellen Josephson-Spannungsnormals ist daher eine entsprechende elektromagnetische Abschirmung notwendig, um unerwünschte Übergänge während der Messung zu vermeiden [1, 20].

Um quantenbasierte Gleich- und Wechselspannungen zu erzeugen, haben sich die deutlich besser geeigneten überdämpften Josephson-Kontakte $\beta_c \leq 1$ (niedrige Kapazität und Widerstand) etabliert. Abbildung 2.3 (c) zeigt den schematischen Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie. Verringert man den Bias-Strom unterhalb von I_c , stoppt das „Phasenteilchen“ seine Bewegung im Waschbrett-potential aufgrund der starken Dämpfung sofort und ist in einem der lokalen Potentialminima gefangen. Für den Josephson-Kontakt bedeutet dies, dass sich die Phasendifferenz nicht mehr mit der Zeit ändert und für $I < I_c$ in den supraleitenden Zustand wechselt. Die Kennlinie zeigt dementsprechend keine Hysterese, d. h. ihr Verlauf ist kontinuierlich und eindeutig. Das beschriebene Verhalten tritt typischerweise in Josephson-Kontakten mit geringerem Kontaktwiderstand wie bspw. die im Verlauf der Arbeit verwendeten SNS-Kontakten (Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter) auf [1].

Unter Einstrahlung eines Mikrowellenstroms, schematisch dargestellt in Abbildung 2.3 (d), bilden sich nicht-überlappende, quantisierte Shapiro-Stufen bei den mit Gl. (2.6) berechenbaren Spannungswerten aus. Dies ermöglicht es, die ab-

fallende Spannung am Kontakt durch Anlegen eines Bias-Stroms eindeutig und schnell einzustellen. Die Stufenbreite, d. h. der maximale Bias-Strombereich ist abhängig von den Kontaktparametern, der Stufenordnung n sowie der Mikrowellenfrequenz und -leistung. Um alle Kontakte einer Serienschaltung am selben Arbeitspunkt betreiben zu können, muss die Streuung der Kontaktparameter nach dem Herstellungsprozess klein genug sein, sodass eine maximal homogene Shapiro-Stufenausbildung aller Kontakte erfolgt [1].

2.3 Josephson-Spannungsnorm

Aufgrund der geringen Spannung von $\approx 2,07 \mu\text{V}/\text{GHz}$ pro Kontakt müssen für metrologisch relevante Anwendungen bis 10 V mehrere Tausend Josephson-Kontakte mit minimaler Parameterstreuung in eine Serienschaltung integriert werden. Die resultierenden technologischen Herausforderungen erforderten Jahre lange Forschung und Entwicklung, um letztlich Spannungsnormale basierend auf überdämpften Josephson-Kontakten erfolgreich zu realisieren. Das Funktionsprinzip beider in der Metrologie etablierter Josephson-Spannungsnormale wird im Nachfolgenden weiter diskutiert.

2.3.1 Programmierbares Josephson-Spannungsnorm

Nach zahlreichen technologischen Fortschritten bei der Herstellung von Josephson-Kontakten stellten im Jahr 1995 Hamilton, Burroughs und Kautz [22] das programmierbare Josephson-Spannungsnormal (engl. programmable Josephson voltage standard, PJVS) vor. Abbildung 2.4 zeigt dessen Funktionsprinzip. Eine Serienschaltung aus N_{JJ} überdämpften Josephson-Kontakten wird dabei in eine binäre Sequenz von k Untersegmenten mit 2^k Kontakte unterteilt. Durch Einstrahlung einer Mikrowelle mit der Frequenz f bilden sich stabile, nicht-überlappende Shapiro-Stufen aus. Das gezielte Anlegen eines DC-Bias-Stroms ($0, \pm I_{\text{B}}$) an den entsprechenden Knotenpunkten I_j führt zum Abfall einer quantisierten Spannung ($0, \pm mV_n$). Hierbei entspricht n der in Abhängigkeit von I_{B} ausgewählten,

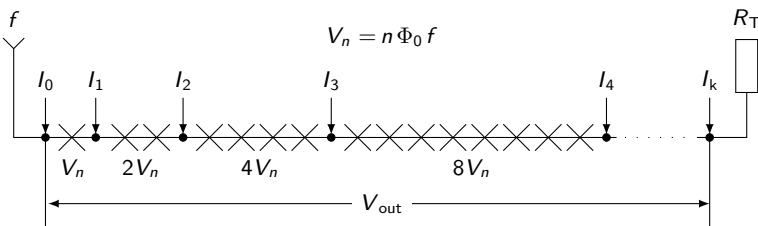


Abb. 2.4: Schematischer Aufbau eines PJVS. Die Serienschaltung aus N_{JJ} Josephson-Kontakte (X) wird mit einer Mikrowelle der Frequenz f angesteuert und ist in k binäre Untersegmente aufgeteilt. Die Shapiro-Stufenspannungen $n = 0, \pm 1$ jedes Untersegments kann individuell durch Anlegen eines DC Bias-Stroms selektiert werden. Der Abschlusswiderstand R_T gewährleistet eine gleichmäßige Ausbreitung der eingestrahelten Mikrowelle. (Eigene Darstellung nach [21])

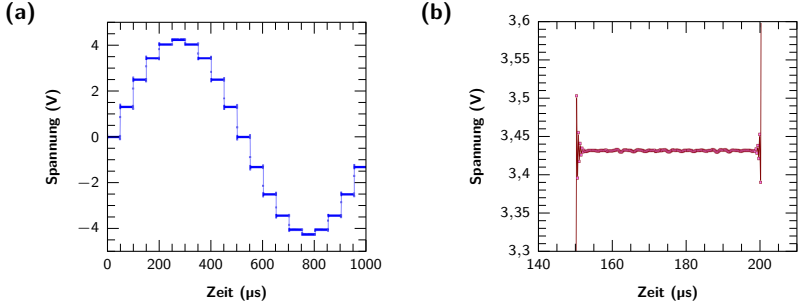


Abb. 2.5: Stufenförmige Sinusspannung eines PJVS. Teilgrafik (a) zeigt den zeitlichen Verlauf der detektierten Spannung mit einer RMS-Amplitude von 3 V und einer Grundfrequenz von 1 kHz. In (b) ist das Spannungsplateau nahe 3,45 V inklusive der beim Plateauwechsel entstehenden Transienten mit höherer Auflösung dargestellt. (Grafiken aus [23])

typischerweise ersten bzw. nullten, Shapiro-Stufe und m die Anzahl der selektiv angesteuerten Josephson-Kontakten der Untersegmente. Die gesamte Ausgangsspannung V_{out} ergibt sich als Summe der Segmentspannungen. Die Extremwerte für V_{out} betragen dementsprechend $\pm N_{\text{JJ}} V_n$ [21].

Da man die Bias-Strom-Ansteuerung der Josephson-Schaltung computergesteuert realisieren kann, repräsentiert die in [22] publizierte Idee einen programmierbaren und präzisen Digital-Analog-Umsetzer (engl. digital-to-analog converter, DAC) mit fundamentaler Präzision. Neben Gleichspannungen können demnach ebenfalls stufenförmige Sinusspannungen mit dem PJVS generiert werden. Die Ausgangsspannung ergibt sich in Abhängigkeit der zeitlichen Ansteuerung der verschiedenen Untersegmente der Josephson-Schaltung [18]:

$$V_{\text{out}}(t) = m(t) V_n \quad (2.10)$$

Hierbei entspricht $m(t)$ die zeitabhängige Summe der selektiv angesteuerten Josephson-Kontaktsegmente auf der entsprechenden Shapiro-Stufe. Abbildung 2.4 (a) zeigt die stufenförmige Approximation einer Sinusspannung.

Nachteile des PJVS bei der Erzeugung von Wechselfspannungen ist der Fehlerbeitrag durch Transienten [24], die beim Übergang zwischen zwei quantisierten Spannungsstufen entstehen. Dies ist in Abbildung 2.4 (b) exemplarisch dargestellt. Des Weiteren treten aufgrund der stufenförmigen Approximation einer realen Sinusspannung höhere Harmonische im Frequenz-Spektrum auf. Die maximale mögliche erzeugbare Signalfrequenz des PJVS ist im Allgemeinen durch die Umschaltzeit der Bias-Stromquellen technisch limitiert. Um die Gleichspannungsgenauigkeit des PJVS auch für Anwendungen in der AC-Metrologie für einen erweiterten Frequenzbereich nutzen zu können, sind daher im Laufe der Jahre spezielle Abtastverfahren („differential sampling“ [25], „subsampling“ [26]) entwickelt worden. Erst kürzlich konnte experimentell demonstriert werden, dass man das PJVS auch in der Metrologie für Signalfrequenzen von bis zu 100 kHz mit

$\mu\text{V/V}$ -Genauigkeit nutzen kann [27]. Weiterführende Details können den Referenzen [18, 28] entnommen werden.

Obwohl das PJVS in zahlreichen meterologischen Experimenten bereits erfolgreich eingesetzt wurde, ist es zur Erzeugung eines breitbandigen Referenzspannungsrauschen ungeeignet. Anstatt die Anzahl der angesteuerten Josephson-Kontakte über der Zeit zu ändern, um quantenbasierte Wechsellspannungssignale zu erzeugen, ist es vorteilhafter den gewünschten Spannungsverlauf durch Frequenzmodulation der eingestrahlteten Mikrowelle anzupassen [1].

2.3.2 Pulsgetriebenes Josephson-Spannungsnormale

Ausgehend von einer kontinuierlichen, sinusförmigen Mikrowellenanregung zeigten Simulationen im RCSJ-Modell jedoch, dass sich nur für Frequenzen nahe der charakteristischen Frequenz $f_c = I_c R_N / \Phi_0$ ausreichend breite Shapiro-Stufen ausbilden [29]. Eine vielversprechendere Möglichkeit stellt die Modulation der Wiederholungsfrequenz kurzer Strompulse dar, erstmalig vorgestellt und experimentell demonstriert im Jahr 1996 von Benz und Hamilton [29].

Die wichtigsten Simulationsergebnisse der Autoren sind in Abbildung 2.6 dargestellt. Hierbei wird die Ausbildung der ersten Shapiro-Stufen für einen überdämpften Josephson-Kontakt unter Anregung mit Strompulsen der Breite τ und Höhe I_p bzw. einer kontinuierlichen Mikrowelle analysiert. Entspricht die normierte Wiederholungsrate $\Omega = f/f_c$ der normierten inversen Pulsbreite $P = 1/(2\tau f_c)$, beginnen sich die Pulse zu überlappen oder i. a. W. Puls- und Mikrowellenanregung ähneln sich in ihrem zeitlichen Verlauf. Reduziert man Ω , erhöht sich der zeitliche Abstand zwischen den Pulsen bzw. erniedrigt sich die Frequenz der eingestrahlteten Mikrowelle relativ zu f_c [29].

In Abbildung 2.6 (a) verglichen die Autoren den Bias-Strombereich zur Ansteuerung der ersten Shapiro-Stufe $n = 1$ unter Puls- und kontinuierlicher Mikrowellenanregung. Die aufgespannten Flächen repräsentieren dabei die theoretische erreichbare Stufenbreite ΔI . Je breiter die Stufe, desto größer ist der Strombereich, in dem die für den Betrieb als Spannungsnormale relevante Phasenkopplung auftritt. Im Fall einer kontinuierlichen Mikrowelle, verschwinden die Stufen für kleiner werdende Frequenzen. Abbildung 2.6 (b) zeigt die Stufenbreite ΔI für $\Omega = 0,1$ in Abhängigkeit der Pulsbreite und der benötigten Pulshöhe I_p , um die Stufe anzusteuern. Mit kürzeren Pulsen können breitere Stufen erzielt werden. Es sind jedoch auch höhere Pulse nötig, um dieselbe Leistung zur Ansteuerung der Stufe bzw. beim Flussquantentransfer zu gewährleisten. Sofern die Pulsbreite ausreichend kurz genug gewählt ist, $P \geq 1$, bilden sich unabhängig der Wiederholungsfrequenz ausreichend breite Shapiro-Stufen bei Puls-Anregung aus. Dies ist schematisch zur weiteren Verdeutlichung in Abbildung 2.6 (c) für zwei unterschiedliche Wiederholungsraten dargestellt. Man beachte, dass im Gegensatz zum PJVS in der Regel kein zusätzlicher Gleichstrom im realen Pulsbetrieb verwendet wird [29].

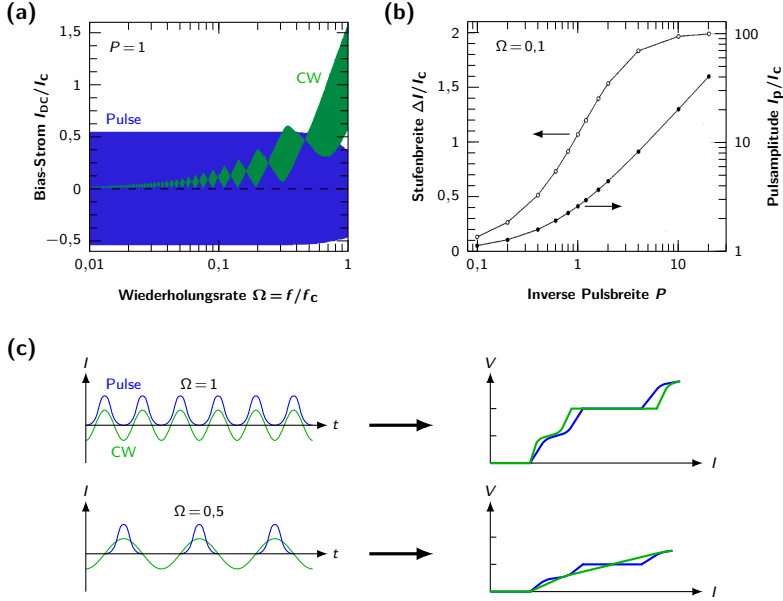


Abb. 2.6: Theoretische Ausbildung der ersten Shapiro-Stufe ($n = 1$) eines überdämpften Josephson-Kontakts. Teilgrafik (a) zeigt die berechneten Stufengrenzen normiert auf die kritische Stromstärke I_c für Puls- und kontinuierliche Mikrowellenanregung (CW) in Abhängigkeit der normierten Wiederholungsrate Ω für eine inverse Pulsbreite $P = 1$. In (b) ist die Stufenbreite ΔI für $\Omega = 0,1$ in Abhängigkeit von P und die zur Ansteuerung der Stufe benötigte Pulshöhe I_p dargestellt. Teilgrafik (c) zeigt schematisch den wesentlichen Unterschied zwischen Puls- und Mikrowellenanregung für unterschiedliche Werte von Ω . (Simulationsergebnisse (a) und (b) aus [29])

Ändert man nun den zeitlichen Abstand der Pulse einer Pulsfolge oder i. a. W. moduliert die Wiederholungsrate zwischen null und f_c , ergibt sich für den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung einer Serienschaltung aus N_{JJ} -Kontakten:

$$V_{\text{out}}(t) = nN_{JJ} \Phi_0 f(t) \quad (2.11)$$

Für bspw. $n = 1$ erzeugt jeder einfallende positive Strompuls einen positiven Spannungspuls pro Kontakt, dessen Fläche genau einem Flussquant Φ_0 entspricht. Die Ausgangsspannung ist daher bestimmt durch die zeitabhängig transferierten Flussquanten. Wandelt man eine beliebige Wechsellspannung in ein Pulsmuster um und steuert eine Serienschaltung aus Josephson-Kontakten damit an, können rückgeführt, arbiträre Wechsellspannungen ohne Fehlerbeiträge durch Transienten synthetisiert werden. Das pulsgetriebene Josephson-Spannungsnormal wird in der Literatur oft als ACJVS (AC Josephson-Spannungsnormal, engl. AC Josephson voltage standard) oder JAWS (engl. Josephson arbitrary waveform synthesizer) bezeichnet [1, 29].

Das breitbandige Spektrum der Strom-Pulsmuster führt dabei zu größeren technologischen Herausforderungen im Mikrowellendesign im Vergleich zum schmalbandigen PJVS. Nach mehreren Jahren Entwicklungsarbeit konnte im Jahr 2015 eine JAWS-Ausgangsspannung von 1 V sowohl an der PTB [30] als auch am NIST [31] experimentell demonstriert werden. Bis zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit wurde durch weitere, stetige Fortschritte die Ausgangsspannung auf bis zu 4 V erhöht [32].

Die Josephson-Spannungsrauschquelle beruht auf dem Prinzip pulsgetriebener Josephson-Kontakte. Aufgrund der vergleichsweise geringeren Ausgangsspannungen, ist das zugrundeliegende System deutlich einfacher aufgebaut. Eine detailliertere physikalische und technische Funktions- sowie Systembeschreibung erfolgt in Kapitel 3 und Kapitel 4.

2.4 Anwendungsgebiet Rauschthermometrie

Ein JNT bestimmt die thermodynamische Temperatur T aus dem Spannungsrauschen eines elektrischen Sensorwiderstands R . Das Rauschen wurde im Jahre 1928 von Johnson erstmalig experimentell gemessen und entsteht durch die thermische Bewegung der Elektronen, die in allen elektrischen Leitern auftritt [33]. Für Temperaturen nahe 300 K und einer Messbandbreite unter 10 MHz kann T über die Nyquist-Formel [34]

$$S_T = 4kTR \quad (2.12)$$

aus der spektralen Leistungsdichte (engl. power spectral density, PSD) S_T des Widerstands mit einer Genauigkeit von wenigen Teilen in 10^9 abgeleitet werden [35]. Hierbei repräsentiert k die Boltzmann-Konstante. Die erreichbare Messunsicherheit skaliert dabei mit $\propto 1/\sqrt{t\Delta f}$, wobei t der effektiven Messzeit und Δf der Messbandbreite entspricht [36].

Die in der Regel kleinen Rauschspannungspegel von $1,23 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ für $R = 100 \, \Omega$ und $T = 273,16 \text{ K}$ (Temperatur am TPW) führen zu extremen Herausforderungen bei der primären Temperaturbestimmung. Empfindliche, rauscharme Verstärker sind notwendig, um das Signal breitbandig auf ein messbares Niveau zu erhöhen. Metrologisch relevante Messunsicherheiten auf $\mu\text{K}/\text{K}$ -Niveau erfordern Integrationszeiten von mehreren Tagen bzw. Wochen sowie eine möglichst hohe Messbandbreite. Während der Messdauer müssen Drift-Effekte und Nichtlinearität der Elektronik berücksichtigt werden. Die Unterdrückung zusätzlicher Rauschbeiträge im Messkreis (Verstärker-/Kabelrauschen) und elektromagnetischer Interferenz (EMI) setzt zudem hohe Anforderungen an die Signalverarbeitung und elektromagnetische Abschirmung der Messelektronik voraus.

Eine detaillierte Übersicht unterschiedlicher JNT-Systeme, die im Laufe der Jahre entwickelt und optimiert worden sind, kann [35–37] entnommen werden. Die nachfolgende Diskussion beschränkt sich auf das bis dato genaueste JNT-Konzept, welches auf dem von Brixy entwickelten Schaltkorrelator-Design [38] in Kombination mit einem pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormalelement [4, 39, 40] basiert.

Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 2.7 (a) dargestellt. Das Sensorrauschen wird über zwei nominell identische Verstärkerkanäle differentiell in einer

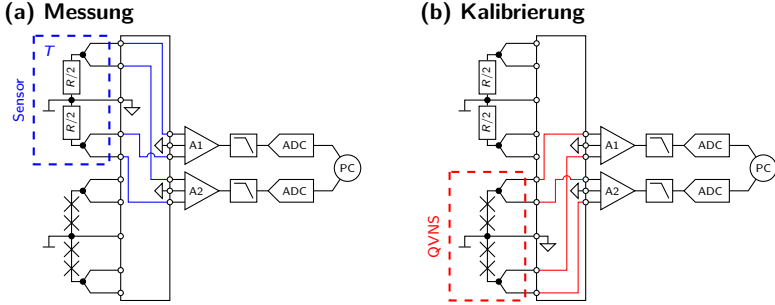


Abb. 2.7: Schematischer Aufbau eines digitalen Schaltkorrelator-JNT mit einer QVNS als Referenz. In Teilgrafik (a) wird das Spannungsrauschen des Sensorwiderstand R über zwei nominell identische Verstärkerkanäle (Verstärker A1/A2, Tiefpassfilter, ADC) differentiell gemessen. Durch periodisches Umschalten der Elektronik auf ein genau bekanntes Referenzspannungsrauschen der pulsgetriebenen Josephson-Kontakte (X) in (b), kann die thermodynamische Temperatur T rückgeführt bestimmt werden. (Eigene Darstellung nach [41])

Fünfleiterkonfiguration mit symmetrischen Massepunkt simultan gemessen. Zwei Analog-Digital-Umsetzer (engl. analog-to-digital converter, ADC) wandeln das verstärkte und tiefpassgefilterte analoge Rauschen in digitale Messwerte für die anschließende Signalverarbeitung um. Durch Kreuzkorrelation können unkorrelierte Rauschbeiträge des Messkreises (Verstärker-/Kabelrauschen) bei der Analyse der gemittelten Spektren unterdrückt und der korrelierte Anteil des Sensors S_T ermittelt werden [36].

Um niedriges Strom- und Spannungsrauschen der Vorverstärker zu erzielen, werden diese üblicherweise in der Rauschthermometrie als Sperrschichtfeldeffekttransistor-Differenzstufe (engl. junction gate field-effect transistor, JFET) in Kaskodenschaltung mit hoher Spannungsverstärkung realisiert. Aufgrund der relativ hohen Gate-Source-Kapazitäten rauscharmer JFET ist laut Literatur [42] Gegenkopplung eher schädlich in Rauschthermometern (zusätzlicher Stromfluss über den Sensor) und wird daher grundsätzlich vermieden. Dies führt zur Einschränkung der Verstärkungslinearität und -stabilität. Die Temperatur wird in metrologischen Präzisionsexperimenten dementsprechend nicht direkt aus S_T , sondern aus dem Verhältnis von Sensorrauschen und einer genau bekannten Referenzspannungsquelle abgeleitet.

Zur Unterdrückung von Verstärkungsschwankungen schaltet hierzu die Elektronik, wie in Abbildung 2.7 (b) dargestellt, während der langwierigen Messung regelmäßig (ca. 10 mHz) auf ein pulsgetriebenes Josephson-Spannungsnormale um. Das Referenz-System wird in diesem Kontext häufig als quantisierte Spannungsrauschenquelle (engl. quantum voltage noise source, QVNS) bezeichnet, ist an die differentielle Eingangsstufe der Messelektronik angepasst und erzeugt ein Referenzrauschen mit genau justierbarer PSD S_{Ref} [43, 44]. Das Referenzsignal ähnelt dabei dem thermischen Rauschen des Sensors im Zeit- und Frequenzbereich [45]. Man beachte, dass in der Literatur auch ein Widerstand [46], Funktionsgenerator [47],

sowie eine Rauschquelle basierend auf einer RSFQ-Logik (engl. rapid single flux quantum) [48] erfolgreich als Referenzsystem in der Rauschthermometrie eingesetzt wurde.

Um neben Verstärkungsschwankungen Einflüsse durch die Nichtlinearität der Messelektronik im Verhältnis S_T/S_{Ref} zu unterdrücken, gleicht man die effektive Rauschspannungsamplitude der Referenz genau an die des Sensors in der gegebenen Messbandbreite und für die gegebene Temperatur an [4, 40]. Aus diesem Grund ist in der Regel die benötigte Anzahl an Josephson-Kontakten der Rauschquelle ($N_{\text{JJ}} \leq 20$) im Vergleich zum „konventionellen“ JAWS stark reduziert [41].

Zusätzlich wird die Impedanz der Referenz an den Sensor angepasst, um beide Transferfunktionen aneinander anzugleichen und die effektiv nutzbare Messbandbreite zu erhöhen (typischerweise $\Delta f \leq 850$ kHz, je nach Experiment und Anpassung) [49]. Dies wird in der Regel durch eine Kombination aus On-Chip-Serienwiderständen bei 4 K, sowie Serienwiderstände und parallelgeschaltete Kondensatoren bei Raumtemperatur in der Ausgangsverkabelung der Referenz realisiert [41]. Damit ergibt sich für das Verhältnis S_T/S_{Ref} nahezu eins für niedrige Frequenzen. Beide Quellen operieren im Regime, in dem ihre Übertragungsfunktion gegen hohe Frequenzen durch konzentrierte Bauelemente angenähert werden kann, d. h. das PSD-Verhältnis kann als Polynom gerader Ordnung modelliert werden [40]:

$$\frac{S_T}{S_{\text{Ref}}} = a_0 + a_2 f^2 + a_4 f^4 \dots \quad (2.13)$$

Hierbei repräsentiert a_0 den extrapolierten Offset-Wert aus dem sich T oder die Boltzmann-Konstante k für konstante Sensortemperatur mit Gl. (2.12) extrahieren lässt.

Es erforderte jahrelange Forschung und enorme Anstrengungen, um einen Wert für k mit einer relativen Standardunsicherheit von $2,7 \cdot 10^{-6}$ erstmalig mit einem JNT zu messen und somit zur Redefinition der Einheit Kelvin im revidierten SI beizutragen [4]. Die größte Herausforderung stellte dabei die erreichbare statistische Messunsicherheit dar. Auch nach der Impedanzanpassung führen kleine Abweichungen der Übertragungsfunktionen zwischen Sensor und Referenz nach Gl. (2.13) zu unvermeidbaren hochfrequenten Abweichungen. Im Allgemeinen sinkt die statistische Messunsicherheit unter Erhöhung der Fit-Bandbreite. Andererseits erhöht sich dabei auch der systematische Fehlerbeitrag durch das Modell (statistische Fit-Unsicherheit) bzw. erschwert die Auswahl der adäquaten Polynom-Ordnung des Fits [35]. Dies führt zu einem Konflikt zwischen minimal erreichbarer Messunsicherheit und optimaler, physikalisch vertretbarer Wahl der Fit-Parameter. Die Bestimmung von Fit-Bandbreite und Polynom-Ordnung erfolgte daher in Referenz [4] über ein speziell entwickeltes, statistisches Kreuzvalidierungsverfahren [50].

Die Unterschiede des neuen PTB-Rauschthermometerkonzepts sowie deren Auswirkungen auf den Aufbau der Josephson-Spannungsrauschquelle werden im folgenden Kapitel diskutiert. Ausführlichere Details bzgl. der Unterschiede bei der Kalibrierung im Vergleich zum Schaltkorrelator-JNT, insbesondere im Zusammenhang mit der Wellenform des Pseudo-Rauschens, erfolgt an geeigneter Stelle in Kapitel 6.

3 Aufbau der Josephson-Spannungsrauschquelle

Der Fokus dieses Kapitels liegt auf dem Aufbau und dem Funktionsprinzip der im experimentellen Teil der Arbeit verwendeten Josephson-Spannungsrauschquelle. In der Literatur werden je nach Kontext verschiedene Begriffe (ACJVS, JAWS, QVNS) für das pulsgetriebene Josephson-Spannungsnorm verwendet. Zum Teil erfolgt auch eine Unterteilung verschiedener Systeme nach den jeweiligen Spezifikationen hinsichtlich Signalfrequenz bzw. Signalamplitude (bspw. Radiofrequenz-JAWS [51]). Diese „Beschreibungsvielfalt“ geht auf technische Anpassungen des Systems und das beabsichtigte Einsatzgebiet zurück [43]. Das Grundprinzip zur Erzeugung quantenbasierter Wechselspannungen ist bei allen Systemen gleich und beruht immer auf einer Serienschaltung von Josephson-Kontakten, die mit Strompulsen angesteuert wird. Daher sind nahezu alle Systeme in der Lage quantenbasierte Wechselspannungssignale zu erzeugen. Weiterführende Informationen über die technischen Unterschiede dieser Systemvielfalt können Referenzen [18, 28] entnommen werden.

3.1 Systemanforderungen zur Kalibrierung des DART

Der nachfolgende Abschnitt befasst sich mit den wichtigsten Aspekten des neuen Rauschthermometer-Konzepts der PTB und den daraus resultierenden Anforderungen an die Josephson-Spannungsrauschquelle. Das neue Konzept kombiniert dabei die Vorteile von Widerstands- und Rauschthermometrie [9]. Im Widerstandsthermometer wird die Temperatur über die Temperaturabhängigkeit des Sensorwiderstands ermittelt. Vor allem Platinsensoren besitzen eine hohe Präzision und Stabilität, um Temperaturen in kurzen Messzeiten mit geringen Messunsicherheiten zu bestimmen. Da die Temperaturabhängigkeit der Platinelemente jedoch nicht hinreichend genau bestimmbar ist und sich der Sensorwiderstand durch Alterung und Temperatureinflüsse ändern kann, erfordern rückgeführt Temperaturmessungen regelmäßige Kalibrierungen [52] (vgl. Kapitel 1). Im Rauschthermometer kann die thermodynamische Temperatur T hingegen direkt über die PSD des Sensors bestimmt werden. Aus der üblicherweise sehr kleinen Sensorrauschspannung resultieren jedoch hohe technische Anforderungen an die Messelektronik und -methode (vgl. Abschnitt 2.4).

Das an der PTB entwickelte selbst-kalibrierende Dualmodus-Widerstandsthermometer [9] (engl. dual-mode auto-calibrating resistance thermometer, DART) kombiniert beide Ansätze in einem Gerät, d. h. die Temperatur kann sowohl aus der Temperaturabhängigkeit des Sensorwiderstands als auch aus dessen thermischen Rauschens bestimmt werden. Hierzu kommt ein DC gekoppelter Verstärker zum Einsatz, um zeitgleich Sensorwiderstand und -rauschen zu messen. Als Sensoren eignen sich elektrisch gut abgeschirmte Widerstände mit ausgeprägter Temperaturabhängigkeit (vorzugsweise Platinelemente) optimal. Der Sensor ist über vier Leitungen mit dem Eingang der Messelektronik (Schalter, Verstärker, Filter, ADC) verbunden. In der Messelektronik ist eine Stromquelle zur Ermittlung des Sensorwiderstands integriert. Am Verstärkereingang befindet sich zudem ein halbleiterbasierter Schalter, um zwischen unterschiedlichen Messmodi umzuschalten. Je nach Schalterstellung wird entweder der Sensor inklusive parasitärer

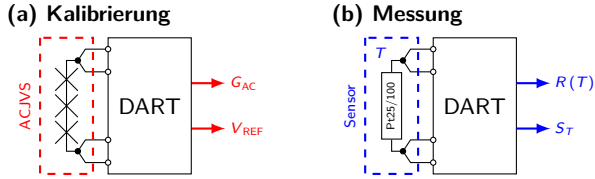


Abb. 3.1: Vereinfachtes Schema des PTB-Rauschthermometerkonzepts. Zur Rückführung der Wechselspannungsverstärkung G_{AC} und internen Referenzspannung V_{REF} des DART wird in (a) ein ACJVS mit dem Eingang der Messelektronik verbunden. Nach der Kalibrierung verbindet man den Sensorwiderstand (vorzugsweise Pt25/100) in (b) mit dem DART. Die Temperatur des Sensors T kann über dessen PSD S_T und Temperaturabhängigkeit $R(T)$ ohne permanente Verwendung des ACJVS bestimmt werden. Eine detaillierter Darstellung des DART inklusive der benötigten Komponenten (Schalter, Verstärker, Filter, ADC) kann [9] entnommen werden.

Beiträge oder die parasitären Beiträge (Schalter inklusive Verkablungswiderstand und -rauschen, Verstärkerstromrauschen etc.) selbst gemessen. Somit können durch eine geeignete Datenanalyse und Umschalten der Messmodi (Messzyklus) die parasitären Beiträge berücksichtigt und korrigiert werden. Sensorrauschen und -widerstand werden in einer „virtuellen“ Vierleitermessung ohne Verwendung von Kreuzkorrelation bestimmt. Weitere zusätzliche Messmodi des DART ermöglichen es das vorhandene Verstärkerstromrauschen zu bestimmen und bei den Temperaturmessungen zu berücksichtigen.

Um die Stabilität und Linearität des DART im Vergleich zum Schaltkorrelator-JNT [41, 42] zu verbessern, ist ein alternatives Verstärkerkonzept mit Gegenkopplung für die Rauschthermometrie entwickelt worden [9]. Eine zusätzliche, in die DART-Elektronik integrierte Referenzspannungsquelle zur Selbstkalibrierung der Signalverstärkung dient der weiteren Optimierung der Langzeitstabilität und Temperaturabhängigkeit der Messelektronik. Durch Verwendung von hochwertigen, passiven Komponenten lässt sich ein stabiles und präzises Verhältnis zwischen niederfrequenter (quasi DC) und hochfrequenter Verstärkung realisieren. Somit stehen die durch niederfrequente Signale verursachten Spannungsabfälle in einem konstanten Verhältnis zu den gemessenen Rauschamplituden. Aufgrund der stabilen Relativverstärkung kann man so durch Überlagerung einer niederfrequenten, rechteckförmigen Referenzspannung während des Betriebs die momentanen Verstärkungsabweichungen ermitteln und kalibrieren. Weiterführende technische Details sowie detaillierte Beschreibungen der Datenanalyse können Referenz [9] entnommen werden.

Aufgrund der verbesserten Stabilität und Linearität der Messelektronik, die es noch nachzuweisen gilt, sind Kalibrierungen nur vor den eigentlichen Temperaturmessungen und nicht während des DART-Betriebs vorgesehen. Demnach können auch potentielle Störungen durch die Elektronik der Josephson-Spannungsrauschquelle effizient während des Betriebs vermieden werden. Die Referenzspannungsquelle wird bei der Kalibrierung anstelle des Sensorwiderstands mit dem Eingang der Messelektronik verbunden und erzeugt zwei unterschiedliche Referenzsignale, um die interne Referenzspannung V_{REF} sowie die Wechselspannungsverstärkung

G_{AC} des DART rückzuführen. Im Gegensatz zur Literatur [44, 53] genügt dementsprechend eine einzige, über vier Anschlüsse kontaktierte Josephson-Schaltung. Nach der Kalibrierung kann die Temperatur T aus S_T und der Temperaturabhängigkeit des Sensors $R(T)$ abgeleitet werden. Ein vereinfachtes Schema des PTB-Rauschthermometerkonzepts ist in Abbildung 3.1 (a) und (b) dargestellt.

Das erste Signal entspricht einer bipolaren Rechteckspannung mit einer nominalen Spitze-Spitze-Spannung V_{pp} von 7,2 mV und einer Frequenz von 4,5 Hz, welches mit der internen Referenzspannung V_{REF} des DART verglichen wird. Um Transienten beim Einschwingverhalten der Messelektronik zu minimieren, sollen die Flanken der Wellenform das Verhalten eines Tiefpasses erster Ordnung mit einer Zeitkonstante von ca. $\tau_{RC} = 0,8$ ms aufweisen (vgl. Abschnitt 4.2). Der Einfluss von DC-Thermospannungen zwischen dem DART bei Raumtemperatur und der Rauschquelle in flüssigem Helium kann durch Umpolung der Polarität während der Kalibrierung unterdrückt werden.

Das zweite Signal repräsentiert ein synthetisches Rauschen um die frequenzabhängige Verstärkung in der Messbandbreite von bis zu 225 kHz durch eine geeignete Fit-Funktion zu kalibrieren. Die benötigten Spannungen betragen dabei ca. $V_{pp} \leq 30 \mu V$. Die verwendeten Wellenformen bestehen dabei aus einer Überlagerung mehrerer Sinusspannungen unterschiedlicher Frequenz und Phasenbeziehung. Die Berechnung des Signals sowie der Ablauf des Kalibriervorgangs sind im Detail in Kapitel 6 gezeigt. Die Anzahl an unterschiedlichen nominalen Kalibrierspannungen oder i. a. W. virtuellen Kalibriertemperaturen hängt von der Linearität der endgültigen Messelektronik ab. Ziel ist es mit nur einer hohen „virtuellen“ Temperatur die gesamte DART-Elektronik zu kalibrieren. Ist die Signalverstärkung hinreichend linear, kann dann die Temperatur im ganzen Anwendungsbereich rückgeführt ermittelt werden.

Um beide benötigten Spannungspegel mit derselben Schaltung synthetisieren zu können, müssen im Gegensatz zur Literatur [44, 53] mehr als nur insgesamt 20 Josephson-Kontakte in die Schaltung integriert werden. Eine Diskussion über die optimale Kontaktanzahl ist in Abschnitt 3.4 angeführt. Unabhängig davon basieren die im experimentellen Teil dieser Arbeit untersuchten Josephson-Schaltungen auf mindestens 4500 Kontakte, um größere Spannungen realisieren zu können und somit die Charakterisierung der Josephson-Spannungsrauschquelle in angemessener Messzeit zu ermöglichen. Aufgrund der Anforderungen beruht die Josephson-Spannungsrauschquelle auf dem in der Literatur als JAWS bezeichneten System. Diese Abkürzung wird daher auch zur Bezeichnung der Josephson-Spannungsrauschquelle im nachfolgenden Teil dieser Arbeit verwendet.

3.2 Josephson-Schaltung

Die SNS-Kontakte der Schaltungen bestehen aus typischerweise ein bis vier Nb/Nb_xSi_{1-x}/Nb-Stapeln, welche im PTB-Reinraumzentrum über zahlreiche Prozesse auf thermisch oxidierten Siliziumwafern hergestellt und strukturiert werden. Eine technisch detailliertere Beschreibung des PTB-Fabrikationsprozesses mit Hilfe von physikalischer sowie plasmaunterstützter chemischer Gasphasenabscheidung, Sputterdeposition, nasschemischen Ätzen, chemisch-mechanischen Polieren, reaktives Ionenätzen und weiterer Verfahren kann Referenz [54] entnommen

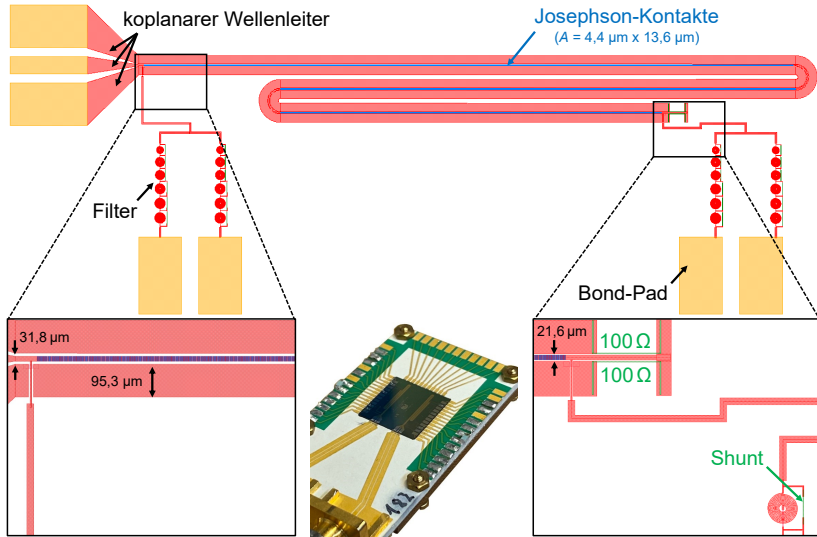


Abb. 3.2: Layout einer Josephson-Schaltung mit einer Kettenlänge von 3000 Josephson-Kontaktstapeln. Die schwarzen Rechtecke zeigen vergrößerte Aufnahmen. Zur Verdeutlichung der geometrischen Dimensionen sind Werte für den koplanaren Wellenleiter und die Kontaktfläche A eines einzelnen Kontakts angegeben. Die Fotografie zeigt einen Probenträger inklusive JAWS-Chip ($10 \times 10 \text{ mm}^2$) mit zwei integrierten Schaltungen. (Eigene Darstellung nach [54])

werden. Durch die Wahl des Nb-Anteils x , der Dicke der $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ -Legierung d und der Kontaktfläche A lassen sich die charakteristischen Kontaktparameter gezielt justieren. Typische Werte für pulsgetriebene Schaltungen sind $x = 20 \%$ und $d = 30 \text{ nm}$ [54].

Abbildung 3.2 zeigt exemplarisch das Layout einer Schaltung mit einer Kettenlänge von $N_{JJ}/s = 3000$ [30]. Hierbei bezeichnet N_{JJ} die Gesamtanzahl an Josephson-Kontakten und s die Kontaktanzahl pro Stapel. Die Strompulse werden über eine Verjüngung der koplanaren Wellenleiterstruktur eingekoppelt. Die Josephson-Kontakte befinden sich im Innenleiter des Wellenleiters. Zur Erhaltung der nominellen 50Ω Leitungsimpedanz wird die mit steigender Kontaktzahl zunehmende Impedanz im Innenleiter durch Abstandsverringern beider Außenleiter kompensiert [55]. Zwei parallele 100Ω AuPd-Widerstände am Ende der Schaltung terminieren den Innenleiter und verhindern Puls-Reflexionen. Um Spannungen abzugreifen bzw. zusätzliche Ströme einzukoppeln, ist die Schaltung am Anfang und Ende über insgesamt vier Leitungen elektrisch kontaktiert. Zur Vermeidung von Störungen bei der Puls-Ausbreitung werden in den Abgriffen zusätzliche Tiefpassfilter mit Grenzfrequenzen oberhalb von 1 GHz integriert. Die nominelle Induktivität der ersten supraleitenden Filterspule beträgt 5 nH und erhöht sich pro Spule um 2 nH . Die AuPd-Shunts dienen zur Dämpfung hochfrequenter Resonanzen [56]. Um die Josephson-Schaltung für Messzwecke leicht

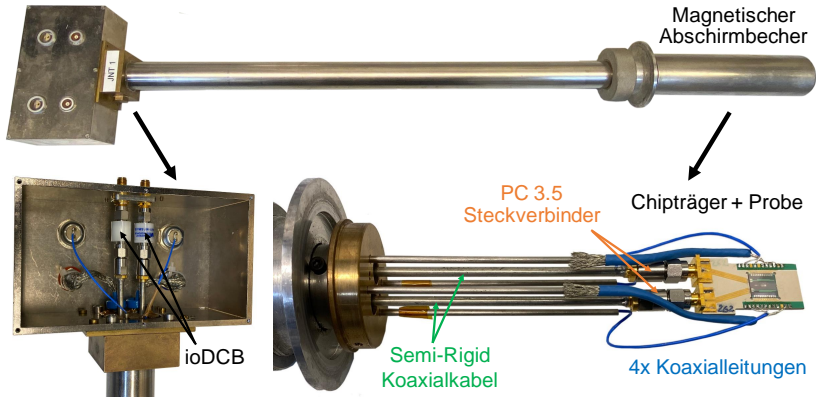


Abb. 3.3: Fotografien der Probenstangenkonfiguration. Die Detailaufnahmen zeigen den Aufbau und die Verkabelung im Inneren des Probenstangengehäuses.

elektrisch kontaktieren zu können, werden die Abgriffe über Bond-Drähte mit Löt-Pads auf dem Chipträger verbunden. Die Fotografie in Abbildung 3.2 zeigt den Probenträger inklusive JAWS-Chip ($10 \times 10 \text{ mm}^2$) mit zwei integrierten Josephson-Schaltungen.

3.3 Hardware-Komponenten, Verkabelung

Um die Nb-Elektroden der Kontakte in ihren supraleitenden Zustand zu versetzen, baut man den Probenträger inklusive JAWS-Chip in eine kryotaugliche Probenstange ein und kühlt diese in flüssigem Helium auf 4,2 K ab. Aufgrund der Messergebnisse sind ausgehend von der „PTB-Standard“-Probenstange mehrere kleine Änderungen erfolgt. Diese Änderungen, sofern messtechnisch relevant, werden an geeigneter Stelle im Fließtext erörtert. Die aktuelle Probenstangenkonfiguration (aus Kapitel 6) ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Beide koplanare Wellenleiter werden am unteren Ende der Probenstange über SMA und PC 3.5 Steckverbinder mit zwei Semi-Rigid Koaxialkabeln, die isoliert vom Gehäusepotential im Inneren der Probenstange verlaufen, verbunden. Weitere PC 3.5 Steckverbinder, innere/äußere DC-Blocks (engl. inner/outer DC block, ioDCB) sowie SMA-Durchführungen im Probenstangenkopf komplementieren die Zuleitung für das breitbandige Pulse-Bias-Signal. Anders als in Abbildung 3.3 werden die Außenleiter beider SMA-Durchführungen üblicherweise isoliert vom Gehäuse eingebaut. Dies ermöglicht eine flexible Erdung der Probenstange, stellt jedoch auch einen Eintrittspunkt für hochfrequente EMI dar, wie Testmessungen mit einem breitbandigen Prototyp-Verstärker zeigten. Der Einbau eines metallischen Einsatzes, welcher die SMA-Außenleiter mit dem Gehäuse verbindet, gewährleistet eine induktivitätsarme Abschirmung der Probenstange.

Das Signal der Josephson-Schaltung kann über vier vom Gehäuse isolierte Koaxialleitungen gemessen werden, die durch vier dünne Edelstahlröhrchen im In-

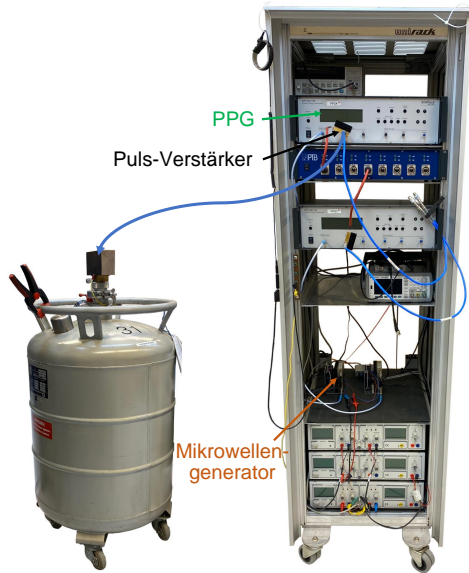


Abb. 3.4: Fotografie weiterer System-Komponenten. Das Rack beinhaltet alle benötigten Geräte zur Erzeugung quantenbasierter Spannungen. Die Probenstange aus Abbildung 3.3 ist in einer 30 L Helium-Kanne eingekühlt.

neren der Probenstange verlaufen. Die Röhrchen sind elektrisch mit dem Probenstangengehäuse und mit zusätzlichen Kupferschirmflechten verbunden. Letzteres dient dazu die effektive Abschirmung der signaltragenden Leitungen zu verlängern, um das Übersprechen zu minimieren (mehr Details in Abschnitt 4.3). Bei der endgültigen DART-Kalibrierung kommt nur eine Schaltung zum Einsatz. Die Abschirmung kann dann auch in Analogie zu [4] über eine Verbindung der vier Kabelschirme erfolgen, wobei die Spannung dementsprechend über die vier Innenleiter abgegriffen wird. Zusätzliche Abschirmung gegenüber externer Magnetfelder wird durch einen magnetischen Abschirmbecher gewährleistet. Die Leitungsenden sind bei Raumtemperatur mit Lemo-Buchsen verlötet.

Abbildung 3.4 zeigt weitere System-Komponenten. Zwei BPG 30G-TER Puls-mustergeneratoren (engl. pulse pattern generator, PPG) der Firma Sympuls liefern bipolare Return-to-Zero Pulse ($-1/0/+1$) zur Ansteuerung der Josephson-Schaltungen. Mikrowellengeneratoren (QuickSyn Lite FSW-0020 von National Instruments) mit einer Frequenzauflösung von 1 mHz stellen jedem PPG einen von 0,5 GHz bis 15 GHz durchstimmbaren externen Takt bereit. Die Pulsbreite entspricht der halben Taktperiode oder i. a. W. jedem Taktzyklus ist ein Puls zugeordnet. Der maximale PPG-Speicher umfasst $w \cdot 2^{22}$ Pulse und kann in zwei oder vier weitere gleich große Speicherbänke unterteilt und beliebig programmiert werden. Hierbei repräsentiert $w = 128$ die inkrementelle Länge des Pulsmusters. Jeder PPG hat zwei Ausgangskanäle mit auswählbarer Polarität.

Die positiven und negativen Ausgangsamplituden jedes ternären Kanals können unabhängig voneinander angepasst werden. Für den Betrieb mehrerer Tausend Josephson-Kontakte erhöht ein breitbandiger Verstärker (PSPL5882 von Tektronix) die Pulsamplituden starr um 16 dB. Um den Verstärkerausgang nicht zu übersteuern, wird ein Dämpfungsglied an dessen Eingang platziert. Da sich diese Konfiguration im Laufe der Arbeit nicht ändert, inkludiert die Abkürzung PPG den Mikrowellengenerator, das Dämpfungsglied und den Puls-Verstärker. Ein innerer DC-Block (engl. inner DC block, iDCB), ein flexibles Mikrowellenkabel, ein 3 dB Dämpfungsglied sowie ein ioDCB verbinden den Verstärker-Ausgang mit der SMA-Durchführung der Probenstange. Die Abblockkondensatoren im Innen- (≈ 65 pF) und Außenleiter (≈ 50 pF) der Mikrowellenzuleitung dienen im Wesentlichen der Hochpassfilterung des Bias-Stroms (mehr Details in Unterabschnitt 3.4.2). Der damit einhergehende Amplitudenfehler wird in Abhängigkeit verschiedener Filterkonfigurationen aus ioDCB bzw. iDCB systematisch in Kapitel 5 analysiert. Spannungsquellen dienen zur Versorgung der Mikrowellengeneratoren bzw. Puls-Verstärker. Weiteres Equipment wie Detektoren (Lock-In Verstärker, ADC, Nanovoltmeter), Funktionsgeneratoren oder Stromquellen werden je nach Bedarf in den Messaufbau integriert.

3.4 Sigma-Delta Modulation

Zur Erzeugung von quantenbasierten analogen Spannungssignalen kommt die Sigma-Delta-Modulation zum Einsatz. Das Grundprinzip ist in Abbildung 3.5 (a) am Beispiel eines Sigma-Delta-Modulators erster Ordnung dargestellt. Ein analoges Eingangssignal u wird mit einer sehr hohen Abtastrate f_s (Überabtastung, engl. oversampling) durch einen Quantisierer (1-Bit ADC bzw. Komparator) abgetastet. Der Überabtastungsfaktor (engl. oversampling ratio, OSR) gibt an, um wie viel schneller das Signal im Bezug zum Nyquist-Shannon-Abtasttheorem abgetastet wird. Es gilt:

$$\text{OSR} = \frac{f_s}{2f_0} \quad (3.1)$$

Hierbei beschreibt f_0 die maximale Signalfrequenz bzw. die Signalbandbreite. Der Ausgang des Komparators wird über eine Schleife (1-Bit DAC) zum Eingangssignal rückgekoppelt, subtrahiert (Differenzstufe), zum vorherigen Wert des Integrators addiert und erneut quantisiert. Das Resultat ist ein zeitverzögerter 1-Bit Datenstrom v am Modulator-Ausgang, der eine Nachbildung des analogen Eingangssignals (\propto Dichte der „Einsen“) und eine differenzierte Version des Quantisierungsfehlers e beinhaltet. Der Integrator in Kombination mit der Rückkopplung des Quantisierungsfehlers wirkt als Tiefpassfilter für das Eingangssignal und als Hochpassfilter für das Quantisierungsrauschen. Durch das Oversampling und die Sigma-Delta-Modulation verschiebt sich das Quantisierungsrauschen zu höheren Frequenzen und der Signal-Rausch-Abstand in der Signalbandbreite erhöht sich signifikant. Dieser Prozess wird in der Literatur als Rauschformung bezeichnet und ist in Abbildung 3.5 (b) schematisch dargestellt. Je höher das Oversampling und die Modulator-Ordnung L , d. h. die Anzahl an Integratoren bzw. Gegenkopplungsschleifen, desto stärker ist die Rauschformung. Das Rauschen außerhalb der Signalbandbreite wird typischerweise durch einen Tiefpassfilter entfernt [57].

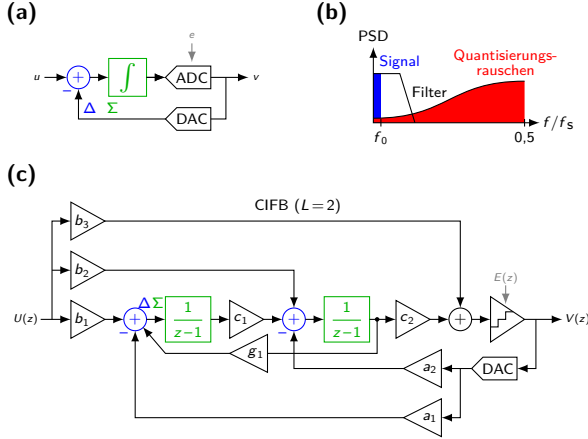


Abb. 3.5: Schematische Darstellung der Sigma-Delta-Modulation. Teilgrafik (a) zeigt das Blockschaltbild eines Sigma-Delta-Modulators erster Ordnung, welcher das analoge Eingangssignal u in einen 1-Bit-Datenstrom v umwandelt. Der Beitrag des Quantisierungsrauschens e ist in grau angedeutet, welcher im z -Bereich typischerweise durch lineare Addition berücksichtigt wird. Zur Verdeutlichung des Einflusses von Rauschformung und Überabtastung, ist in (b) der schematische Verlauf der PSD eines Sigma-Delta-Tiefpass-Modulators in Abhängigkeit der Frequenz f normiert auf die Abtastfrequenz f_s illustriert. Teilgrafik (c) zeigt das allgemeine Modell (genauere Details im Fließtext) der verwendeten CIFB Modulator-Topologie im z -Bereich für Modulator-Ordnung $L = 2$. (Eigene Darstellung nach [57])

3.4.1 Berechnung und Analyse der Pulsmuster

Für den JAWS-Betrieb wird die Sigma-Delta-Modulation in Software implementiert, um die Analog-Digital-Wandlung der gewünschten Wellenform durchzuführen oder i. a. W. die Wiederholungsrate der Pulse zu modulieren. Da man die Pulse im GHz-Bereich taktet und die Signalfrequenzen im Bereich von DC bis kHz liegen, ergeben sich üblicherweise OSR-Werte von 10^3 und höher.

Im ersten Schritt berechnet der Software-Algorithmus den Verlauf der analogen Wellenform u mit N_s Abtastwerten. Die Taktfrequenz des PPG f_T , bei der die Josephson-Schaltung angesteuert werden soll, entspricht der Abtastrate f_s . Für die Grundfrequenz des Pulsmusters f_p („Pulsmuster-Wiederholungsfrequenz“) folgt:

$$f_p = \frac{f_s}{N_s} \quad (3.2)$$

Anschließend skaliert man die Wellenform mit dem Normierungsfaktor α . Die gewünschte Spitze-Spitze-Spannung V_{pp} wird dabei auf die maximal mögliche Spannungsaussteuerung der Schaltung für einen ternären Pulse-Bias-Strom V_{FS} normiert. Dies entspricht den abfallenden Gleichspannungen für eine konstante Pulswiederholungsrate f_s , d. h. den Shapiro-Stufenspannungen V_n (typischerweise

$n = \pm 1$) multipliziert mit der Kontaktanzahl N_{JJ} . Mit Gl. (2.6) erhält man:

$$\alpha = \frac{V_{PP}}{V_{FS}} = \frac{V_{PP}}{2N_{JJ}\Phi_0 f_s} \quad \text{mit} \quad 0 \leq \alpha < 1 \quad (3.3)$$

Auf die skalierte bzw. normierte Wellenform wird dann mit Hilfe der MATLAB-Sigma-Delta-Toolbox ein Satz von Differenzgleichungen angewandt, um diese in ein digitales Pulsmuster umzuwandeln [54, 58]. Das allgemeine Modell der verwendenden CIFB (engl. cascade-of-integrators feedback form) Modulator-Topologie ist in Abbildung 3.5 (c) im z -Bereich für die Modulator-Ordnung $L = 2$ dargestellt. Zwei Integratoren mit Zeitverzögerung sind zum Quantisierer in Serie geschaltet. Dessen Ausgang ist über weitere Schleifen und Differenzstufen rückgekoppelt. Ausgehend von der Eingangswellenform $U(z)$ ergibt sich unter Berücksichtigung des Quantisierungsrauschen $E(z)$ das digitale Pulsmuster $V(z)$ im Modell [57] zu:

$$V(z) = \text{STF}(z) \cdot U(z) + \text{NTF}(z) \cdot E(z) \quad (3.4)$$

Die Koeffizienten a_i , b_i , c_i und g_i bestimmen die Signaltransferfunktion $\text{STF}(z)$ und die Rauschtransferfunktion (engl. noise transfer function) $\text{NTF}(z)$ des Modulators. Die Eingangswellenform $U(z)$ wird über Einkopplungskoeffizienten b_i an die Eingänge der Integratoren bzw. des Quantisierers eingespeist und nach der Quantisierung über die Rückkopplungskoeffizienten a_i zurückgeführt. Da das Ausgangs-Pulsmuster nur maximal drei unterscheidbare Pegel enthält ($-1/0/+1$), muss der Dynamikbereich des Modulators nicht skaliert werden und für die Koeffizienten nach den Integratoren gilt $c_i = 1$. Im nachfolgenden Teil der Arbeit verwendet man stets einen Tiefpass-Modulator (vgl. Abbildung 3.5 (b)). Im Gegensatz zu Bandpass-Modulatoren müssen in diesem Fall die Nullstellen der Rauschtransferfunktion nicht über eine weitere Rückkopplungsschleife und den Resonanzkoeffizient g_1 verändert werden, d.h. es gilt $g_i = 0$. Man erhält dementsprechend für beide Transferfunktionen [57]:

$$\text{STF}(z) = \frac{b_1 + b_2(z-1) + b_3(z-1)^2}{a_1 + a_2(z-1) + (z-1)^2} \quad (3.5)$$

$$\text{NTF}(z) = \frac{(z-1)^2}{a_1 + a_2(z-1) + (z-1)^2} \quad (3.6)$$

Um Spannungsfehler in der Signalbandbreite f_0 zu vermeiden, muss $\text{STF}(z) = 1$ gelten. Damit folgt für die Koeffizienten $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$ und $b_3 = 1$. Die Rauschtransferfunktion bestimmt die Rauschformung und den Beitrag des Quantisierungsrauschens innerhalb von f_0 [57, 58].

Das digitale Pulsmuster wird schließlich in einer binären Datei abgespeichert und in den Speicher des PPG geladen. Abbildung 3.6 zeigt exemplarisch die Ergebnisse der Sigma-Delta Modulation für verschiedene Modulator-Ordnungen. Taktet man das Pulsmuster bei der Frequenz f_s und passt die Leistung der nicht quantisierten Strompulse an, wirkt die Josephson-Schaltung als Puls-Quantisierer, d.h. jeder einfallende Strompuls erzeugt N_{JJ} quantisierte Spannungspulse. Die Schaltung fungiert als Sigma-Delta-DAC, der auf den Josephson-Effekt rückgeführt ist.

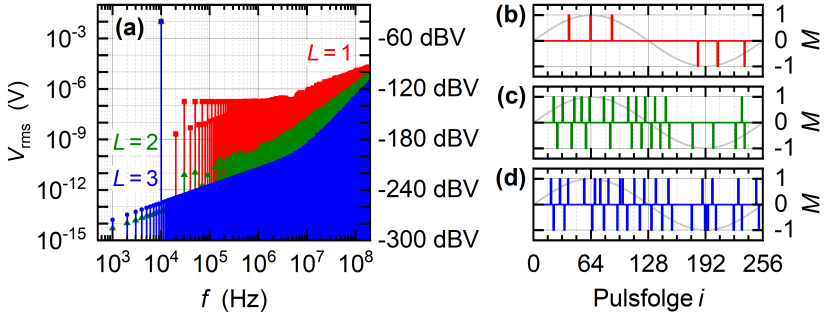


Abb. 3.6: Erzeugung ternärer Pulsmuster. Teilgrafik (a) zeigt das theoretische Amplitudenspektrum einer JAWS-Sinusspannung mit $f_0 = 10$ kHz und einer nominellen RMS-Amplitude von 10 mV für verschiedene Modulator-Ordnungen L nach der Sigma-Delta-Modulation. Die Parameter $\text{OSR} = 5 \cdot 10^5$ und $f_p = 1$ kHz sind für alle drei Fälle identisch. In (b) bis (d) sind exemplarisch die Pulsmuster des Modulators in Abhängigkeit seiner Ordnung dargestellt. Hierbei nummeriert i die Pulse und M die Modulator-Stufen. Zur besseren grafischen Darstellung gilt für die modulierte Sinuswellenform der drei Teilgrafiken $f_0 = f_p = 10$ MHz und $\text{OSR} = 128$.

Das bedeutet jedoch auch, dass systematische Fehler durch nichtlineare Effekte bei der Sigma-Delta-Modulation einen Einfluss auf das Pulsmuster und auf die Signalamplitude haben können. Das theoretische Amplitudenspektrum für bspw. $L = 1$ in Abbildung 3.6 (a) zeigt bspw. deutlich Harmonische der modulierten Sinusspannung mit $f_0 = 10$ kHz. An dieser Stelle sei hervorgehoben, dass diese Fehler einen rein theoretischen Korrekturfaktor darstellen, da sie ebenfalls auf den Josephson-Effekt rückgeführt werden. Im Folgenden wird der systematische Amplitudenfehler durch die Sigma-Delta-Modulation *Sigma-Delta-Konvertierungsfehler* genannt und genauer diskutiert.

Für Frequenzen $f \gg f_0$ außerhalb der Signalbandbreite steigt das Quantisierungsrauschen rasch an. Aufgrund der Tiefpassfilterung der On-Chip-Filter und zum Teil durch die Ausgangverkabelung (vgl. Abschnitt 5.5) kann man dessen Einfluss im Allgemeinen vernachlässigen. Aufgrund der Rauschformung und Überabtastung ist das Quantisierungsrauschen innerhalb der Signalbandbreite stark unterdrückt. Es nimmt aber dennoch mit steigendem f_0 zu und dementsprechend auch dessen Einfluss auf die Signalamplitude. Wie im Modell in Abbildung 3.5 (c) bereits skizziert, wird Nichtlinearität bei der Sigma-Delta-Modulation im z -Bereich zum Teil durch additives Quantisierungsrauschen berücksichtigt. In dieser linearen Annäherung lässt sich in Analogie zu [57, 59] ein unteres Limit für den Sigma-Delta-Konvertierungsfehler für eine Sinusspannung mit nomineller RMS-Amplitude V_{nom} ableiten. Unter der stark vereinfachten Annahme, dass der Fehler nur durch das Quantisierungsrauschen mit RMS-Amplitude $V_Q \ll V_{\text{nom}}$ hervorgerufen wird und sich beide Leistungen spektral addieren, folgt [59]:

$$\frac{\Delta V_{\text{nom}}}{V_{\text{nom}}} = \frac{\sqrt{V_{\text{nom}}^2 + V_Q^2}}{V_{\text{nom}}} - 1 \approx \frac{1}{2} \frac{V_Q^2}{V_{\text{nom}}^2} \quad (3.7)$$

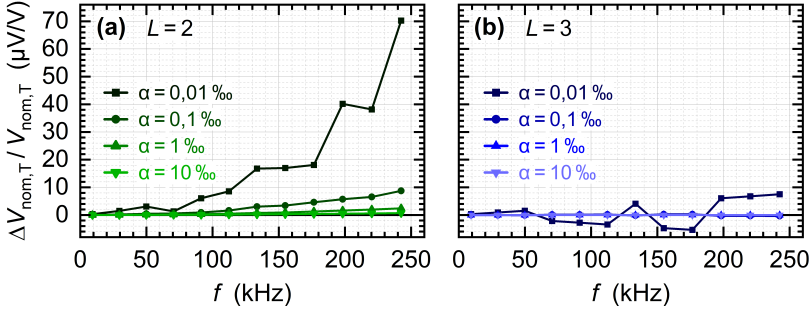


Abb. 3.7: Sigma-Delta-Konvertierungsfehler für eine Mehrtonwellenform mit $N = 12$ Tönen nach der Modulation ($N_F/N = 11/12$ aus Kapitel 6). In (a) ist die normierte Abweichung von der nominalen Tonamplitude $\Delta V_{\text{nom},T}/V_{\text{nom},T}$ in Abhängigkeit der Signalfrequenz f für Modulator-Ordnung $L = 2$ und in (b) für $L = 3$ gezeigt. Die Abtastrate $f_s = 10$ GHz bleibt für alle dargestellten Werte von α konstant.

Analog zu einem ADC, kann die Vollaussteuerung $V_{\text{FS}} = M\Delta$ der Josephson-Schaltung als Produkt aus der Höhe der Quantisierungsstufe $\Delta = N_{\text{JJ}}\Phi_0 f_s$ und der Anzahl der Stufen $M = 2$ ausgedrückt werden [59]. Demnach ergibt sich mit Gl. (3.3) für eine Sinusspannung:

$$V_{\text{nom}}^2 = \left(\frac{V_{\text{pp}}}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \alpha^2 \Delta^2 \quad (3.8)$$

Eine stark vereinfachte Näherung des Quantisierungsrauschen V_Q im Signalband kann Referenz [57] entnommen werden. Mit Gl. (3.8) folgt in Abhängigkeit der Modulator-Ordnung L :

$$\frac{\Delta V_{\text{nom}}}{V_{\text{nom}}} \approx \frac{1}{12L + 6} \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{\text{OSR}} \left(\frac{\pi}{\text{OSR}} \right)^{2L} \quad (3.9)$$

Demnach ist eine hohe Modulator-Ordnung, OSR und Aussteuerung α der Schaltung vorteilhaft. Aufgrund der Approximationen kann man die hergeleitete Gleichung lediglich als untere Grenze des Sigma-Delta-Konvertierungsfehlers nutzen. Der tatsächliche Sigma-Delta-Konvertierungsfehler ist meist stärker ausgeprägt und kann auch abhängig der Phasenlage des Eingangssignals negative Werte annehmen. Dennoch beschreibt Gl. (3.9) die wesentlichen Abhängigkeiten und kann zur Optimierung der Schaltung im Hinblick auf dessen Einsatzgebiet zu Rate gezogen werden. Durch explizite Analyse des Pulsmusters ermittelte Werte sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Im experimentellen Teil der Arbeit wird der Sigma-Delta-Konvertierungsfehler (sofern relevant $\geq 0,1 \mu\text{V/V}$) bei der Datenauswertung stets berücksichtigt.

Da sich das PTB-Rauschthermometerkonzept wesentlich von bisherigen Ansätzen in der Literatur unterscheidet, wird in diesem Kontext explizit die Kontaktanzahl der endgültigen Schaltung weiter diskutiert. L , OSR (bzw. Taktfrequenz)

und α sind typischerweise durch technische Limitierungen (Bandbreite des PPG, Dispersion der Pulse, Einfluss der Hochpassfilterung, Josephson-Schaltungsparameter) auf einen gewissen Bereich eingegrenzt ($L \leq 3$, $f_s \leq 15$ GHz, $\alpha \leq 15\%$). Der optimale Arbeitspunkt für den Großteil der PTB-Schaltungen ist bei $L \leq 2$, $6 \text{ GHz} \leq f_s \leq 14 \text{ GHz}$ und $\alpha \leq 10\%$ gegeben. Um das bipolare rechteckförmige Kalibrierungssignal mit $V_{pp} = 7,2 \text{ mV}$ (vgl. Abschnitt 3.1) bei bspw. einer Taktrate von 10 GHz und $\alpha = 10\%$ zuverlässig synthetisieren zu können, folgt für die benötigte Kontaktzahl $N_{JJ} \approx 1750$. Für die benötigten Spitze-Spitze-Spannungen des synthetischen Rauschens bei der Kalibrierung der DART-Signalverstärkung gilt jedoch ca. $V_{pp} \leq 30 \text{ } \mu\text{V}$, d. h. α ist maximal 0,04 ‰ oder i. a. W. eine Schaltung mit acht Kontakten wäre für diesen Zweck vollkommen ausreichend. In diesem Fall ist der Sigma-Delta-Konvertierungsfehler drastisch reduziert. Andererseits müssten bei der DART-Kalibrierung zwei unterschiedliche Schaltungen verwendet werden und die maximale mögliche Ausgangsspannung wäre stark limitiert. Da man den Korrekturfaktor durch Analyse des Pulsmusterspektrums relativ einfach bestimmen und korrigieren kann, überwiegen die Vorteile eine Schaltung mit $N_{JJ} \geq 1750$ bei der endgültigen Kalibrierung zu nutzen.

3.4.2 Konventionelle Pulse-Bias-Methode

Abbildung 3.8 zeigt schematisch das konventionelle Verfahren zur Erzeugung einer quantenbasierten bipolaren Wechselfspannung. Man wandelt die gewünschte Eingangswellenform $y_{in}(t)$ (schwarz) aus Teilgrafik (a) zunächst in ein ternäres Pulsmuster um und lädt dieses in den Speicher des PPG. Nach Einstellung der relevanten PPG-Parameter (Taktfrequenz f_T , Code-Länge N_s) und Anpassung

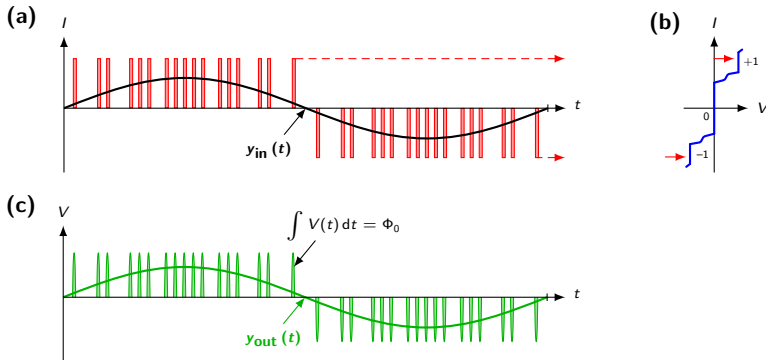


Abb. 3.8: Schema der konventionellen Pulse-Bias-Methode. Die beliebig wählbare Eingangswellenform $y_{in}(t)$ wird in (a) durch einen Sigma-Delta-Modulator in ein ternäres Pulsmuster umgewandelt. Durch Anpassung der negativen und positiven Strompulsamplituden (rot) können die Quantenzustände $n = 0, \pm 1$ angesteuert werden, welche in (b) durch die charakteristischen Shapiro-Stufen für eine konstante Puls wiederholungsrate angedeutet sind. In Teilgrafik (c) wirkt die Josephson-Schaltung als Puls-Quantisierer und erzeugt die gewünschte, quantenbasierte Ausgangswellenform $y_{out}(t)$.

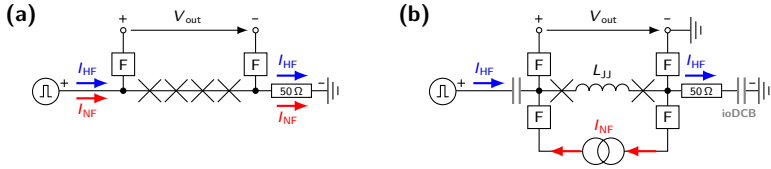


Abb. 3.9: Einkopplung des breitbandigen Pulse-Bias-Stroms für unterschiedliche Konfigurationen der Josephson-Schaltung. In (a) fließt der niederfrequente I_{NF} und hochfrequente I_{HF} Stromanteil über die Josephson-Kontakte (X) und den 50 Ω Abschlusswiderstand zurück zum PPG. Über zwei Tiefpassfilter (F) detektiert man die Ausgangsspannung V_{out} . In Teilgrafik (b) erfolgt die Kopplung des Pulse-Bias-Stroms über Kondensatoren eines iODeB. Die gefilterte Komponente I_{NF} wird, falls notwendig, über eine potentialfreie Stromquelle und einen separaten Strompfad kompensiert. Die On-Chip-Induktivität L_{JJ} ist schematisch nur in (b) eingezeichnet und verursacht abhängig von der Konfiguration einen systematischen Amplitudenfehler im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormale.

der positiven $I_{\text{pk,pos}}$ und negativen $I_{\text{pk,neg}}$ Strompulsamplituden, operiert die Josephson-Schaltung in den Quantenzuständen $n = 0, \pm 1$, d. h. jeder einfallende, nicht quantisierte Strompuls erzeugt quantisierte Spannungspulse. Dies ist in Teilgrafik (b) schematisch angedeutet. Man beachte, dass die Shapiro-Stufen der Strom-Spannungs-Kennlinie unter Einstrahlung einer konstanten Pulswiederholungsrate hier, im Fall einer modulierten Pulswiederholungsfrequenz, nur zur Verdeutlichung der Quantenzustände dient. Ein physikalisch präziseres Modell ist in Abschnitt 4.2 skizziert. Nach Tiefpassfilterung kann man die niederfrequente Ausgangswellenform $y_{\text{out}}(t)$ detektieren. Die Ausnutzung beider $n = \pm 1$ Quantenzustände zur Erzeugung bipolarer Wechselspannungen wird im Nachfolgenden *konventionelle Pulse-Bias-Methode* genannt.

Bei der Erzeugung und Detektion der Wechsellspannungen treten jedoch technische Schwierigkeiten auf, die letztlich zu systematischen Fehlern im JAWS führen. Das Pulsmuster zur Ansteuerung der Josephson-Schaltung enthält sowohl hochfrequente als auch dieselbe niederfrequente Frequenzkomponente wie die gewünschte Ausgangsspannung. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 3.9 (a) für eine DC gekoppelte Josephson-Schaltung skizziert. Hierbei repräsentiert I_{HF} den hochfrequenten Bias-Strom im GHz-Bereich und I_{NF} den niederfrequenten Strom bei der gewünschten Signalfrequenz. Der niederfrequente Anteil führt zu einem Gleichtaktsignal am $50\ \Omega$ Abschlusswiderstand der Schaltung. Des Weiteren sind AC-Kalibrierungen, die eine direkte Kopplung der Spannung erfordern, in dieser Konfiguration nicht möglich. Ferner kann man mehrere parallel betriebene Schaltungen zur Erhöhung der Ausgangsspannung nicht in Serie schalten, da dies zu Erdschleifen im Messkreis führen würde [60].

Abbildung 3.9 (b) zeigt, wie man diese Limitierung im JAWS typischerweise umgeht. Der Pulse-Bias-Strom wird hierzu über Kondensatoren zur Josephson-Schaltung AC gekoppelt [60]. Durch die Hochpassfilterung des ioDCB und die Tiefpassfilterung der On-Chip-Filter können so der niederfrequente und hochfrequente Strompfad getrennt und die Spannung der Schaltung direkt gemessen werden. Die Hochpassfilterung reduziert I_{NF} und führt zu einer Amplitudenver-

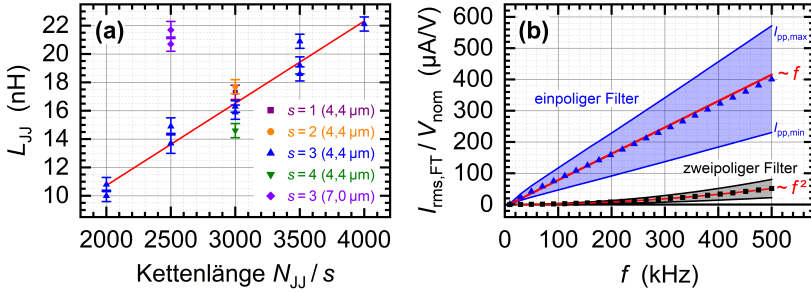


Abb. 3.10: Experimentelle Werte für die Induktivität L_{JJ} und den Feedthrough-Strom I_{FT} . Teilgrafik (a) zeigt L_{JJ} verschiedener Schaltungen in Abhängigkeit der gesamten Kontaktanzahl N_{JJ} dividiert durch die Anzahl pro Stapel s . Die Stapel- bzw. Kontaktbreite kann der Legende entnommen werden. Die rote Gerade entspricht einem linearen Fit der blauen Datenpunkte. Die Fehlerbalken repräsentieren Standardabweichungen von den dargestellten Mittelwerten. In (b) ist der gemessene RMS-Wert des Feedthrough-Stroms $I_{rms,FT}$ normiert auf die nominale RMS-Signalamplitude V_{nom} in Abhängigkeit der Signalfrequenz f für unterschiedliche Hochpassfilter abgebildet. Die Extremwerte für minimale und maximale Pulse-Bias-Amplitudeneinstellung I_{pp} markieren die Grenzen der schattierten Bereiche. Die roten Linien kennzeichnen frequenzabhängige Anpassungen durch die mit Symbolen markierten Werte.

schiebung der hochfrequenten Strompulse, die sich mit zunehmender Pulsdichte verstärkt, bspw. durch höhere Aussteuerung α der Schaltung, stärkere Hochpassfilterung oder höhere Modulator-Ordnungen (vgl. Abbildung 3.6 (b) bis (d)). Um höhere Ausgangsspannungen $\alpha \geq 15\%$ bis 10% zu erzeugen, muss diese Verschiebung kompensiert werden. Hierzu überlagert eine potentialfreie Stromquelle über separate Zuleitungen eine skalierte Version des gefilterten, niederfrequenten Stromanteils I_{NF} den hochfrequenten Pulse-Bias-Strom der Schaltung [60].

Der Kompensationsstrom ist typischerweise in derselben Größenordnung wie das zu synthetisierende Signal und führt zu systematischen Fehlern im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnorm. Mit zunehmender Kontaktzahl steigt die geometrische Ausdehnung der Josephson-Schaltung und damit die Verdrängungsinduktivität L_{JJ} im Innenleiter des koplanaren Wellenleiters. Experimentelle Werte dieser On-Chip-Induktivitäten für unterschiedliche Kettenlängen, Stapelanzahl und Kontakt-Breite sind in Abbildung 3.10 (a) dargestellt. Die Induktivität wird anhand einer Vierleitermessung bestimmt. Die Frequenz des angelegten Wechselstroms variiert dabei von 10 kHz bis 300 kHz in 10 kHz Schritten. Aus den resultierenden, detektierten Spannungswerten bestimmt man die mittlere Induktivität der Schaltung. Der Kompensationsstrom fließt im JAWS-Betrieb über L_{JJ} und führt zu einem frequenzabhängigen, induktiven Spannungsabfall bei der Signalfrequenz. Abhängig von der Amplitude und Phasenbeziehung zwischen dem parasitären Spannungsabfall und der Josephson-Ausgangsspannung (im Idealfall 90°) kann so ein systematischer Amplitudenfehler detektiert werden. Des Weiteren kann durch Übersprechen (bspw. kapazitive Kopplung) zwischen den elektrischen Leitungen ein Spannungsfehler in den Signalleitungen auftreten [61]. Für

Aussteuerungen $\alpha \leq 10\%$ bis 15% kann man in der Regel die Schaltungen ohne Kompensationsstrom betreiben und somit die damit verknüpften systematischen Fehler vermeiden. Dies ist bei der Kalibrierung des DART durch geeignete Dimensionierung der Schaltung immer erfüllt.

Durch die imperfekte Hochpassfilterung der DCB steigt jedoch mit zunehmender Signalfrequenz der ungefilterte Anteil von I_{NF} , im Folgenden als *Feedthrough-Strom* I_{FT} bezeichnet. Dieser Strom führt je nach Messaufbau zu parasitären Spannungsabfällen im Messkreis und dementsprechend zu schwer detektierbaren systematischen Amplitudenabweichungen der synthetisierten Ausgangsspannung. In der Literatur berücksichtigt man meist nur den Stromfluss über die parasitäre Impedanz L_{JJ} im Messkreis. Man nimmt an der resultierende induktive Spannungsabfall ist, ähnlich dem sehr gut bekannten Fehler durch den Kompensationsstrom, orthogonal zur synthetisierten Ausgangsspannung [62]. Da I_{FT} im Vergleich zum Kompensationsstrom zusätzlich ca. drei Größenordnungen kleiner ist, wird der systematische Amplitudenfehler durch I_{FT} typischerweise vernachlässigt. Abbildung 3.10 (b) zeigt exemplarisch den gemessenen Effektivwert des Feedthrough-Stroms $I_{rms,FT}$ normiert auf die nominale RMS-Signalspannung V_{nom} in Abhängigkeit der Signalfrequenz f . Abhängig von der Filterkonfiguration ändert sich das Amplituden- und Frequenzverhalten von I_{FT} . Die farblich markierten Bereiche kennzeichnen den Werte-Bereich von $I_{rms,FT}/V_{nom}$ für minimale und maximal mögliche Pulse-Bias-Amplitudeneinstellung I_{pp} des PPG. Hierbei bezeichnet I_{pp} die Summe aus $I_{pk,pos}$ und $I_{pk,neg}$. Folgt man der obigen Argumentation und den Annahmen, ergibt sich im Worst-Case (einpoliger Hochpass, $I_{pp,max}$) aus Abbildung 3.10 (b) für $f = 500$ kHz und $L_{JJ} = 22$ nH ein relativer parasitärer (induktiver) Spannungsabfall von ca. $40 \mu\text{V/V}$ bzw. eine systematische Amplitudenabweichung von ca. $0,8 \text{ nV/V}$.

Diese Annahmen sind im Allgemeinen nicht gültig und der systematische Fehler kann deutlich stärker ausgeprägt sein, wie die experimentellen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit belegen werden. In Kapitel 5 wird I_{FT} durch Anpassung der Hochpassfilterung und Veränderung der Pulse-Bias-Amplituden I_{pp} variiert, um den zugrundeliegenden Fehlermechanismus erstmalig systematisch zu analysieren.

3.4.3 Zero-Kompensation-Methode

Eine weitere, geschickte Möglichkeit die Josephson-Schaltung anzusteuern ist die Zero-Kompensations-Methode (engl. zero compensation, ZC) [62–64]. Die spezielle Namensgebung beruht auf der Tatsache, dass mit dieser Methode der Betrieb des JAWS auch bei relativ hohen Pulsdichten ohne zusätzlichen Kompensationsstrom möglich ist. Hierzu wird die Nichtlinearität der Josephson-Kontakte effizient ausgenutzt, um die niederfrequente Stromkomponenten I_{NF} im Pulse-Bias-Signal bereits vor der Hochpassfilterung zu reduzieren.

Abbildung 3.11 zeigt schematisch das Prinzip der ZC-Methode [62]. Im Gegensatz zum konventionellen Ansatz wird hier nur ein Quantenzustand $n = +1$ zur Erzeugung quantisierter Spannungspulse ausgenutzt. Dies halbiert die maximal mögliche Ausgangsspannung der Schaltung und führt letztlich zu einer Offsetspannung $V_{DC} = N_{JJ}\Phi_0 f_s/2$ der synthetisierten Wellenform. Jeder Puls des bipolaren Pulsmusters ($0/+1$) wird mit zwei Kompensationspulsen entgegengesetzter Po-

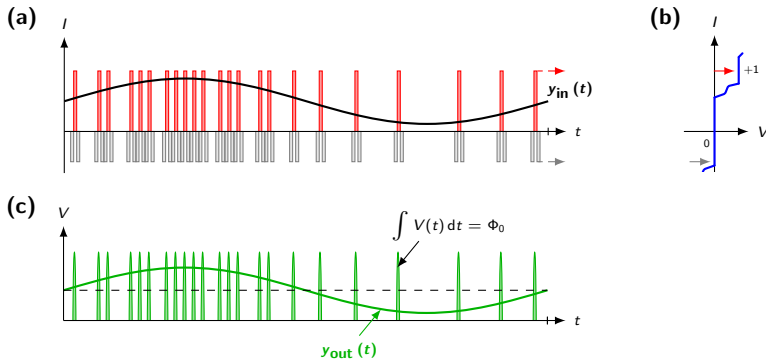


Abb. 3.11: Schema der ZC-Methode. In (a) wird die beliebig wählbare Eingangswellenform $y_{in}(t)$ in ein bipolares Pulsmuster ($0 / +1$) umgewandelt. Jeder Strompuls (rot) wird mit zwei Pulsen entgegengesetzter Polarität (grau) umgeben. Durch Anpassung der Strompulse können die Quantenzustände $n = 0, +1$ angesteuert werden, welche in (b) durch die charakteristischen Shapiro-Stufen für eine konstante Puls wiederholungsrate angedeutet sind. In Teilgrafik (c) wirkt die Josephson-Schaltung als Puls-Quantisierer und erzeugt die berechnete, quantenbasierte Ausgangswellenform $y_{out}(t)$. Die gestrichelte Gerade kennzeichnet die resultierende Offsetspannung.

larität umgeben. Durch geschickte Anpassung der Pulsamplituden operiert die Schaltung für die positiven Pulse im Quantenzustand $n = +1$ und für die restlichen Pulse im Quantenzustand $n = 0$. Die Transformation der Pulsfolge reduziert die effektive Abtast- bzw. Taktrate und damit die maximal mögliche Ausgangsspannung um einen weiteren Faktor drei auf insgesamt sechs. Mit Zugang zu einem fünf-stufigen Pulse-Bias-Signal könnte der Quantenzustand $n = -1$ auch mit der ZC-Methode genutzt werden. Die resultierenden, bipolaren Spannungen unter Verwendung der ZC-Methode sind dann nur um einen Faktor drei im Vergleich zur konventionellen Pulse-Bias-Methode verringert [64].

Wenn die Amplituden der beiden Kompensationspulse genau der Hälfte des positiven Pulses entsprechen, reduziert sich der niederfrequente Anteil I_{NF} bei der Signalfrequenz im Pulse-Bias-Signal signifikant [62]. Aufgrund der Nichtlinearität der Josephson-Kontakte erzeugt die Josephson-Schaltung eine quantenbasierte Spannung, obwohl der Puls-Strom im zeitlichen Mittel verschwindet. Durch die „digital-hochpassgefilterte“ Pulsform ist die Amplitudenverschiebung der DCB deutlich reduziert. Dies ist in Abbildung 3.12 (a) für eine konventionelle und ZC-Pulsfolge gezeigt. Dementsprechend kann die Schaltung auch für höhere Pulsdichten ohne zusätzlichen Kompensationsstrom betrieben werden. Die komplexere Pulsform erhöht aber auch die Anforderungen an die Schaltung und die Einstellung des optimalen Arbeitspunkts. Ohne Verwendung einer zusätzlichen Kompensationsstromquelle für die konventionelle Pulse-Bias-Methode sind die maximal und tatsächlich erreichbaren Ausgangsspannungen beider Methoden in der Regel im aktuellen Aufbau nahezu gleich.

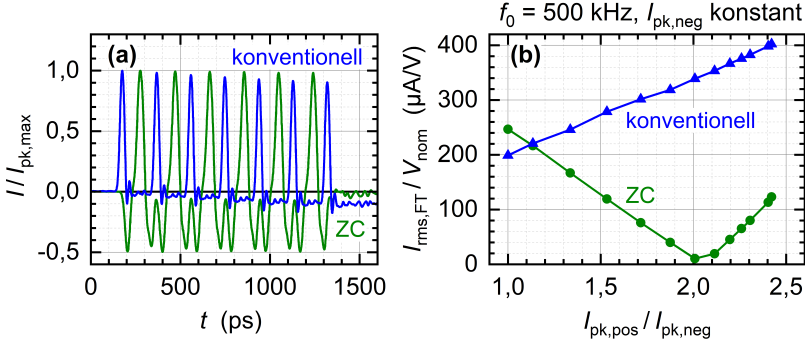


Abb. 3.12: Vergleich von konventioneller und ZC-Pulse-Bias-Methode. Teilgrafik (a) zeigt den zeitlichen Verlauf des detektierten Stroms I nach Hochpassfilterung beider exemplarischer Pulsfolgen, normiert auf den maximalen Spitze-Stromwert $I_{pk,max}$. In (b) ist der Effektivwert des Feedthrough-Stroms $I_{rms,FT}$, normiert auf die nominale RMS-Signalamplitude V_{nom} einer Sinuswellenform mit $f_0 = 500$ kHz in Abhängigkeit des Verhältnis von positiver $I_{pk,pos}$ zu negativer $I_{pk,neg}$ Strompulsamplitude dargestellt. Die Filterung durch zwei in Serie geschaltete DCB und $I_{pk,neg}$ bleibt während der Messungen für beide berechneten Pulsmuster unverändert.

Aus Abbildung 3.12 (b) ist ersichtlich, dass es sich anbietet, die ZC-Methode trotz der resultierenden DC-Offsetspannung zur Untersuchung systematischer Amplitudenfehler zu verwenden. Durch die Reduktion von I_{NF} , reduziert sich auch der Feedthrough-Strom I_{FT} nach der Hochpassfilterung bei optimaler Einstellung der Pulse-Bias-Amplituden. Im konventionellen Fall ist I_{FT} erhöht und kann wie bereits erwähnt über die Pulse-Bias-Amplituden linear variiert werden. Demnach können durch den Vergleich zweier JAWS, betrieben mit unterschiedlichen Pulse-Bias-Methoden, systematische Amplitudenfehler im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal in Kapitel 5 gemessen und analysiert werden.

4 Grundlegende System-Charakterisierung

Das nachfolgende Kapitel befasst sich mit der grundlegenden Charakterisierung und Funktionalitätsprüfung des Systems. Durch drastische Konzeptänderungen im Aufbau des PTB-Rauschthermometers sind im Laufe der Arbeit verschiedene Josephson-Schaltungen hergestellt, charakterisiert und analysiert worden. Um konsistente, experimentelle Ergebnisse in Kapitel 5 und Kapitel 6 zu erzielen, wurde anhand der Vorcharakterisierung die Schaltung mit der besten Funktionalität ausgewählt. Man beachte, dass die experimentellen Ergebnisse bzw. die daraus resultierenden Erkenntnisse auch mit anderen Josephson-Schaltungen, Detektoren (Lock-In Verstärker, ADC) bzw. System-Komponenten (Pulsverstärker, PPG, Verkabelung der Probenstange) erzielt worden sind bzw. erzielt werden können. Die nachfolgenden Diskussionen beschränken sich auf die Darstellung der wichtigsten Ergebnisse, um eine gute Verständlichkeit und Struktur zu gewährleisten.

4.1 Strom-Spannungs-Charakteristik

Als erster Schritt der Vorcharakterisierung wird in einer Vierletermessung die Strom-Spannungs-Kennlinie jeder Josephson-Schaltung bestimmt. Eine variable einstellbare Stromquelle (Multifunktionsgerät 6220 von Keithley) steuert die Josephson-Kontakte mit einem Gleichstrom an. Die abfallende Spannung wird mit einem Nanovoltmeter (34420A von Hewlett Packard) detektiert. Diese Grundcharakterisierung prüft die Schaltung zum Einen auf Kurzschlüsse nach der Herstellung und ob die kritische Stromtragfähigkeit der supraleitenden On-Chip-Verbindungen ausreichend ist. Zum Anderen können aus der Strom-Spannungs-Kennlinie wichtige Schaltungsparameter, die Aufschluss über das Verhalten im Puls-Betrieb geben, ermittelt werden [54].

Abbildung 4.1 (a) zeigt die detektierte Gleichspannung normiert auf die Kontaktanzahl N_{JJ} einer Josephson-Schaltung. Der Wert, an dem die Spannung einen Grenzwert von ca. $5\text{ }\mu\text{V}$ überschreitet, kennzeichnet die kritische Stromstärke I_c der Schaltung. Der Normalwiderstand R_N pro Kontakt wird aus dem asymptotischen Verhalten der Kennlinie durch einen Geraden-Fit ermittelt. Aus dem $I_c R_N$ -Produkt bzw. der charakteristischen Spannung $V_c = I_c R_N$ lässt sich die charakteristische Frequenz $f_c = I_c R_N / \Phi_0$ ableiten. Mit den ermittelten Parametern können die optimalen Arbeitsbedingungen und theoretischen Stufenbreiten bestimmt werden (vgl. Unterabschnitt 2.3.2) [65].

Zur Überprüfung der Kontaktanzahl N_{JJ} und der Homogenität der Kontakte detektiert man die Strom-Spannungs-Kennlinie unter Einstrahlung einer konstanten Pulswiederholungsrate. Hierzu steuert der PPG die Schaltung mit bei f_T getakteten positiven Pulsen an. Die Ergebnisse sind exemplarisch in Abbildung 2.3 (b) bis (d) in Abhängigkeit der Taktfrequenz f_T , Kontaktanzahl N_{JJ} und positiver Strompulsamplitude I_{pk} gezeigt. Aus der detektierten Shapiro-Stufenspannung lässt sich mit Gl. (2.6) die Kontaktanzahl experimentell bestimmen. Durch einen Vergleich mit dem nominellen Wert für N_{JJ} können so potentielle Kurzschlüsse einzelner Kontaktstapel überprüft werden. Abbildung 4.1 (c) zeigt die Kennlinien fünf verschiedener Schaltungen mit nominell gleichem V_c für konstant gehaltenen

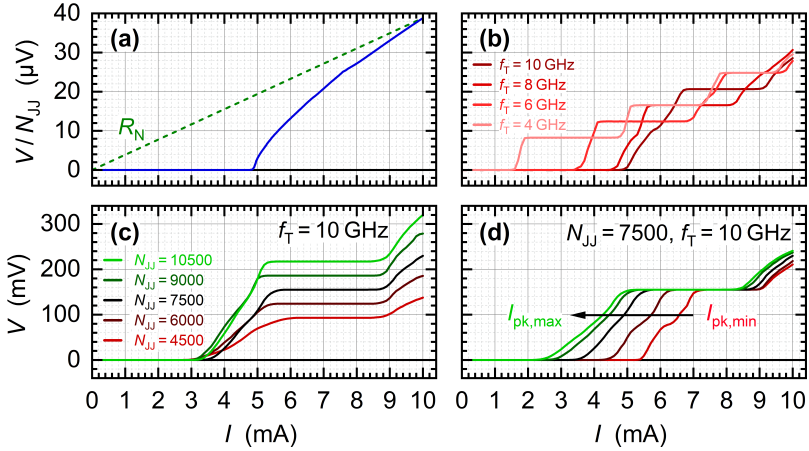


Abb. 4.1: Übersicht verschiedener Strom-Spannungs-Kennlinien. Teilgrafik (a) zeigt die detektierte Gleichspannung V normiert auf die Kontaktanzahl N_{JJ} in Abhängigkeit des angelegten Stroms I einer Schaltung. Aus der Steigung der asymptotischen Geraden, exemplarisch dargestellt in grün, lässt sich der Normalwiderstand R_N pro Kontakt ermitteln. Die Kennlinien unter Einstrahlung von nur positiven, bei f_T getakteten Pulsen ist in (b) abhängig von f_T , in (c) für verschiedene Werte von N_{JJ} und in (d) unter Variation der positiven Pulsamplitude I_{pk} gezeigt.

Parameter I_{pk} . Aus der Breite und Flachheit der Shapiro-Stufen kann man die Homogenität aller Kontakte und die Tauglichkeit potentieller Schaltungen indirekt vergleichen. Abbildung 4.1 (d) zeigt den Einfluss der Pulse-Bias-Amplitude auf die Stufenbreite. Analog zum PJVS lässt sich die maximale Stufenbreite ΔI durch geeignete Parameterwahl für f_T , I_{pk} und den Bias-Strom I optimieren. Man beachte, dass die Stufenbreite lediglich ein indirektes Maß für die Funktionalität im „realen“ Pulsbetrieb ohne angelegten Gleichstrom gibt [54, 65].

4.2 Pulsbetrieb

Um das physikalische Verhalten der supraleitenden Phase eines Josephson-Kontakts im Pulsbetrieb besser zu verstehen, empfiehlt es sich ein mechanisches Analogon mit denselben zugrundeliegenden Differentialgleichungen zu betrachten [16, 66]. Dies ist schematisch in Abbildung 4.2 anhand der Bewegung eines Teilchens im gekippten Waschbrettpotential demonstriert. Die Nichtlinearität des Josephson-Kontakts spiegelt sich in der Welligkeit des Potentials wieder. Die Potential-Minima besitzen dabei einen räumlich konstanten Abstand von 2π und die horizontale Lage des Teilchens entspricht dabei der supraleitenden Phase. Das Teilchen befindet sich zunächst fest in einem Potential-Minimum. Die Kapazität C des Kontakts repräsentiert die Masse des Teilchens. Die abfallende Kontakt-Spannung entspricht der Geschwindigkeit und $1/R_N$ der Dämpfung bei der Teilchen-Bewegung. Ein einfallender, kurzer Strompuls kippt das Potential und

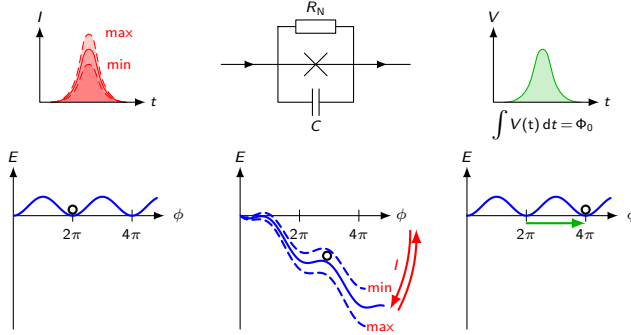


Abb. 4.2: Schema zum Flussquantentransfer anhand der Bewegung eines Teilchens im gekippten Waschbrettpotential (blau). Ein kurzer, einfallender Strompuls (rot) kippt kurzzeitig das Potential. Für eine „phasenstabile“ Anregung bewegt sich das Teilchen genau ein Potential-Minimum in horizontaler Richtung weiter. Die supraleitende Phase ϕ rotiert um exakt 2π und der Josephson-Kontakt emittiert ein Flussquant (grün). Die Phasenkopplung erstreckt sich über einen gewissen Anregungsbereich, deren Grenzen durch eine minimale und maximale Höhe der Strompulse angedeutet sind.

führt zur Bewegung des Teilchens. Hat der Strompuls den Kontakt vollständig passiert, begibt sich das Potential wieder in seine ursprüngliche Position. Wählt man die Puls-Anregung optimal, befindet sich das Teilchen nach seiner Bewegung exakt einen Potential-Topf weiter. Da die Abstände der Potential-Minima konstant sind, erhält man für die integrierte Geschwindigkeit bei der Bewegung bzw. die integrierte Spannung eine quantisierte Größe unabhängig, von der involvierten Anregung. Die supraleitende Phase des Kontakts rotiert um exakt 2π und emittiert ein Flussquant. Des Weiteren ist es energetisch nachvollziehbar, dass der beschriebene Flussquantentransfer nur für einen gewissen Amplitudenbereich „phasenstabil“ stattfindet, welcher in der Literatur häufig als Operations- [67] oder Quantisierungsbereich (engl. quantum locking range, QLR) [32] bezeichnet wird.

Zur Bestimmung des QLR wird die Schaltung mit dem Pulsmuster der gewünschten Wellenform angesteuert. Aus den Zeitdaten der detektierten Spannung wird das Amplitudenspektrum ermittelt. Der störungsfreie dynamische Bereich (engl. spurious-free dynamic range, SFDR) oder auch die gesamte harmonische Verzerrung (engl. total harmonic distortion, THD) des Amplitudenspektrums liefern Kriterien zur Bestimmung der optimalen Pulse-Bias-Einstellungen des PPG. Dies ist in Abbildung 4.3 für eine Mehrtonwellenform mit 100 Sinustönen unter Verwendung der konventionellen Pulse-Bias-Methode demonstriert. Die Töne besitzen einen Abstand, der zweimal der Grundfrequenz von 1 kHz entspricht, und die Phasen der Töne sind zufällig gewählt. Im Zeitbereich ähnelt die Wellenform dem Spannungsrauschen eines elektrischen Widerstands (mehr Details in Kapitel 6). In Teilgrafik (a) kann für einen gewissen Bereich hinreichend kleiner Strompulsamplituden kein Einfluss auf das gemessene Spektrum detektiert werden, obwohl ein Pulse-Bias-Strom über die Kontakte fließt. Die Schaltung operiert

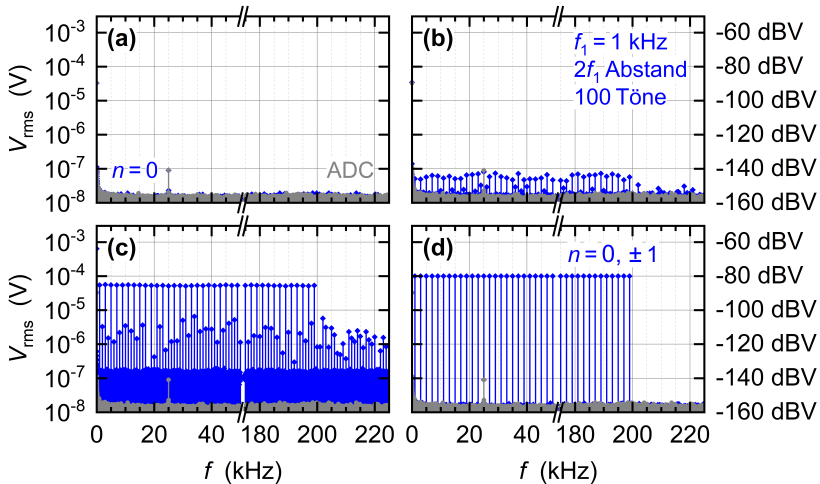


Abb. 4.3: Amplitudenspektren der Josephson-Spannungsrauschquelle für verschiedene Pulse-Bias-Einstellungen am PPG. Die Grundfrequenz der berechnenden Mehrtonwellenform mit 100 Tönen (blau) beträgt $f_1 = 1$ kHz. Die Töne haben einen Abstand von $2f_1$, zufällig gewählte Phasen und eine nominelle RMS-Tonamplitude von $100 \mu\text{V}$. Durch Anpassung der Pulse kann die Schaltung im Quantenzustand (a) $n = 0$ bzw. in den Zuständen (d) $n = 0, \pm 1$ (QLR) betrieben werden. Teilgrafik (b) und (d) zeigen die Auswirkungen des Verlassens beider Arbeitspunkte auf das Spektrum, gekennzeichnet durch die Reduzierung des SFDR. Für einen kurzgeschlossenen ADC-Eingang ergibt sich der grau dargestellte Rauschhintergrund.

im Quantenzustand $n = 0$ (supraleitender Zustand). Erhöht man die Pulsamplituden sukzessive, sinkt der SFDR des Spektrums und eine nicht quantisierte Spannung wird in Teilgrafik (b) detektiert. Für nicht optimale Pulse-Bias-Amplitudeneinstellungen in (b) und (c) zeigt das Spektrum sowohl Frequenzanteile der gewünschten Töne als auch Störungen zwischen den Tönen. Aus dem verkleinerten SFDR-Wert in (c) kann man ableiten, dass nicht alle Kontakte der Schaltungen einen phasenstabilen Flussquantentransfer durchführen. Teilgrafik (d) zeigt das Amplitudenspektrum nach Anpassung der Pulse-Bias-Einstellung, d. h. alle Josephson-Kontakte operieren im Quantenzustand $n = 0, \pm 1$, oder i. a. W. die Josephson-Schaltung befindet sich in ihrem QLR.

Der optimale Arbeitspunkt kann neben Variation der Strompulsamplituden auch durch zusätzliche Überlagerung eines Dither-Stromsignals ermittelt werden [54, 67]. Dithering beschreibt im Allgemeinen in der Audiotontechnik die Überlagerung des Nutzsignals mit einem unkorrelierten, breitbandigen Rauschen [68]. Das „Zittern“ führt zu einem zufälligen Auf- und Abrunden bei der Signaldigitalisierung und so zur Verbesserung des Signal-Rauschabstands bzw. Abschwächung von Quantisierungsfehlern. Im JAWS wird zur Überprüfung des QLR typischerweise ein bipolares, dreieckförmiges Stromsignal mit arbiträr gewählter Frequenz von 74 Hz und justierbarer Amplitude dem Pulse-Bias-Strom der Josephson-Schal-

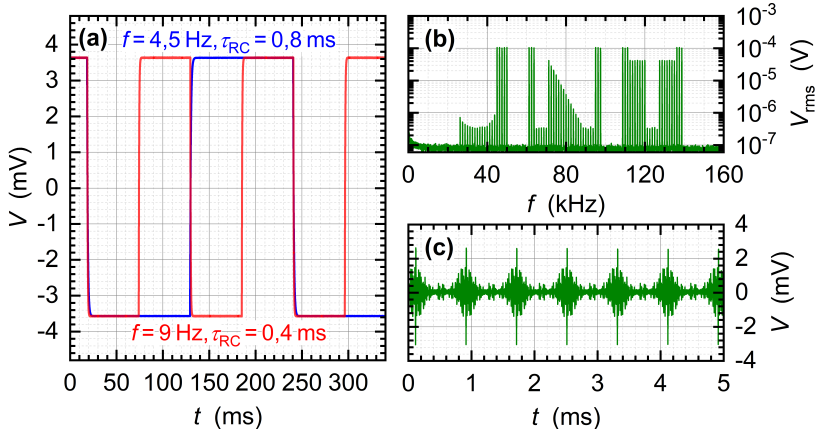


Abb. 4.4: Ausgangssignale der Josephson-Spannungsrauschquelle im Zeit- und Frequenzbereich. Teilgrafik (a) zeigt den zeitlichen Verlauf einer bipolaren Rechteckspannung mit $V_{pp} = 7,2 \text{ mV}$, welche zur späteren Kalibrierung der internen DART-Referenzspannung benötigt wird. Beide Signale werden durch dasselbe Pulsmuster unter Verwendung unterschiedlicher Pulswiederholungsfaktoren r (rot) bzw. $2r$ (blau) synthetisiert. Die Zeitkonstante τ_{RC} eines Tiefpasses erster Ordnung definiert den Verlauf der Flanken. Das Amplitudenspektrum des arbiträren Spannungssignals (grün) aus (b) ist in (c) im Zeitbereich dargestellt.

tung überlagert. Das „Strom-Zittern“ ermöglicht eine genauere Bestimmung der QLR-Bereichsgrenzen. Erhöht man die Amplitude des Dither-Signals schrittweise und optimiert die eingestellten positiven und negativen Strompulsamplituden des PPG bei zeitgleicher Detektion des SFDR bzw. der THD, kann man so den optimalen Arbeitspunkt der Schaltung (QLR-Zentrum) ermitteln. In Analogie zur Stufenbreite ΔI der Strom-Spannungs-Kennlinie entspricht der maximal anlegbare Dither-Strom (maximaler SFDR oder minimale THD) der Breite des QLR. Man beachte, dass der ermittelte Wert aufgrund der limitierten Auflösung des ADC lediglich eine maximale Obergrenze darstellt und von vielen unterschiedlichen Parametern abhängt. In der Praxis ist ein Wert von $\geq 1 \text{ mA}$ für einen zuverlässigen Betrieb erstrebenswert. Die QLR-Bestimmung erfolgt in allen nachfolgenden Messungen auf die beschriebene Weise, um optimale Arbeitsbedingungen zu gewährleisten.

Die Funktionalität des Systems wird nun am Beispiel zweier ausgewählter Wellenformen weiter experimentell demonstriert. Zur zukünftigen Kalibrierung der internen DART-Referenzspannung benötigt man eine bipolare Rechteckspannung mit $V_{pp} = 7,2 \text{ mV}$ und einer Grundfrequenz von $4,5 \text{ Hz}$ (vgl. Abschnitt 3.1). Die minimale Grundfrequenz ist limitiert durch die maximale Speichergöße des PPG bei der gewählten Taktrate. Mit $f_T = 10 \text{ GHz}$ folgt $f_p \geq f_T/2^{29} \approx 18,6 \text{ Hz}$. Durch Reduktion der Taktrate auf ca. $2,4 \text{ GHz}$ kann eine Grundfrequenz von $4,5 \text{ Hz}$ erzielt werden. Damit erhöht sich aber auch die Aussteuerung der Schaltung α , respektive die benötigte Kontaktanzahl um einen Faktor $\approx 4,2$ bei gleichbleiben-

der Kontaktanzahl bzw. Aussteuerung α . Eine praktischere Lösung ist es, den Speicher des PPG „virtuell“ durch Anpassung des Pulswiederholungsfaktors r zu erhöhen. Jeder Puls ($-1/0/+1$) des realen PPG-Speicher wird dabei um bis zu $r = 1, 2, 4$ oder 8 mal wiederholt. Da für die spätere Kalibrierung nur die zeitliche Dauer und Höhe der positiven und negativen Spannungsplateaus bei $\pm 3,6$ mV relevant sind, genügt es, die Wellenform mit einem Sigma-Delta-Modulator erster Ordnung zu berechnen. Das Pulsmuster besteht dementsprechend aus nur positiven respektive negativen Pulse für positive bzw. negative momentane Spannungswerte. Durch Änderung von r , exemplarisch in Abbildung 4.4 (a) gezeigt, kann man so die benötigte Wellenform auch bei höheren Taktfrequenzen effizient synthetisieren. Teilgrafik (b) und (c) zeigen Messungen einer arbiträr gewählten Wellenform, um die exzellente Funktionalität der Josephson-Spannungsrauschquelle zu demonstrieren.

4.3 Elektromagnetische Abschirmung

In der Rauschthermometrie ist eine optimale elektromagnetische Abschirmung des Messkreises zur Vermeidung von EMI unabdinglich. Jegliche Überlagerung von externem Rauschen kann in systematischen Temperaturfehlern resultieren. Der typischerweise komplexe Aufbau (Sensorwiderstand, Schalter, Verkabelung, zwei Verstärkerkanäle) in Verbindung mit der permanenten Verwendung einer Josephson-Spannungsrauschquelle im Schaltkorrelator-JNT erschwert die optimale Wahl der Erdungs- und Abschirmungskonfiguration. In der Literatur wurden über die Jahre unterschiedliche Konfigurationen getestet und angepasst, um letztendlich bei der Bestimmung der Boltzmann-Konstante k Messunsicherheiten im einstelligen $\mu\text{K}/\text{K}$ -Bereich zu erzielen [4, 40, 69]. Aufgrund der vergleichsweise hohen Messbandbreite von bis zu 850 kHz wurden die besten Ergebnisse nur in einer speziellen elektromagnetisch abgeschirmten Messkammer erzielt [41]. Insbesondere das pulsgetriebene Josephson-System ist hier problematisch. Die netzbetriebene Ansteuerungselektronik der Josephson-Spannungsrauschquelle kann nicht nur als Störungsempfänger, sondern auch als potentielle Störungsquelle fungieren. Zur Reduktion der potentiellen Störungen wird die Ansteuerungselektronik daher typischerweise außerhalb der abgeschirmten Messkabine platziert und die Mikrowellenkabel durch ein Loch in der Kabine zur eingekühlten Probenstange geführt. Weitere Details können Referenz [41] entnommen werden.

Da im DART-Konzept die permanente Verwendung der Josephson-Spannungsrauschquelle nicht vorgesehen ist, erleichtern sich die Anforderungen bei der optimalen Wahl der Abschirmung. Bei der Kalibrierung müssen Störungen hinreichend unterdrückt werden, um systematische Verfälschungen zu vermeiden. Gegenüber externen Störungen empfiehlt es sich im Allgemeinen einen komplett geschlossenen, elektrisch-leitfähigen Faraday-Käfig um den Messkreis zu realisieren. Bei der elektrischen Ableitung potentieller Störungen muss eine möglichst niederimpedante Verbindung zum Ausgleichspotential angestrebt und Erdschleifen vermieden werden [70]. In der anfänglichen Entwicklungs- und Charakterisierungsphase der Josephson-Spannungsrauschquelle wurde aus Gründen der Flexibilität üblicherweise das elektrisch leitende Probenstangengehäuse mit einem Kabel auf Schutzleiterpotential gelegt. Eine zusätzliche Abschirmung der signal-

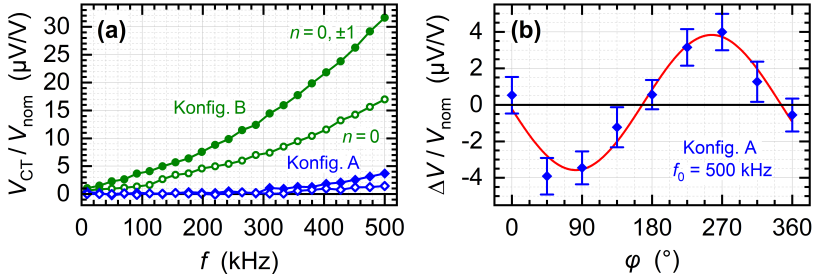


Abb. 4.5: Einfluss von Übersprechen. In Teilgrafik (a) wird eine Josephson-Schaltung im Quantenzustand $n = 0$ (offen) bzw. $n = 0, \pm 1$ (ausgefüllt) mit Strompulsen zur Erzeugung einer Sinusspannung V_{nom} und Signalfrequenz f angesteuert. Ein einpoliger (Konfig. B) bzw. zweipoliger (Konfig. A) Hochpass filtert den Pulse-Bias-Strom. Am nicht betriebenen, gegenüberliegenden JAWS wird die eingekoppelte RMS-Spannung V_{CT} detektiert. In Teilgrafik (b) beschreibt $\Delta V/V_{nom}$ die relative Änderung der gemessenen RMS-Amplitude eines Systems nach Einschalten des anderen Systems. Beide JAWS synthetisieren identische Sinusspannungen mit $f_0 = 500$ kHz und relativer Phasenlage φ . Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit und die rote Kurve einen Sinus-Fit.

tragenden Koaxialleitungen außerhalb der Probenstange hatte für Messungen mit Spannungspegeln im mV-Bereich (ohne Verstärker) keinen Einfluss auf die Resultate. Erdschleifen werden je nach Messaufbau durch galvanische Entkopplung des JAWS (ioDCB) oder, sofern möglich, Batteriebetrieb der Detektoren vermieden. Darüber hinaus sind prinzipiell während aller Messungen Verbindungen zur Datenübertragung oder Taktsynchronisierung optisch isoliert. Die aktuelle Probenstangen-Konfiguration aus Abschnitt 3.3 in Verbindung mit dem in Kapitel 6 beschriebenen Messaufbau, stellt eine sehr gute und praktikable Lösung zur Abschirmung gegenüber externen Störungsquellen in der benötigten Messbandbreite bis 225 kHz dar.

Des Weiteren bestätigten Messungen, dass die notwendige Ansteuerungselektronik der Rauschquelle anfällig für Störungseinkopplung ist. Empfindliche Messungen im μV -Bereich mit Verstärker zeigten, dass eine direkte Erdverbindung der Josephson-Schaltung über den netzbetriebenen PPG zusätzliches Rauschen und Störungspeaks im detektierten Spektrum verursacht. Dies ist möglicherweise auf die Schaltnetzteile des PPG bzw. auf Störungen in der Netzversorgung zurückzuführen. Im normalen JAWS-Betrieb ohne Verstärker ist der Beitrag aufgrund der vernachlässigbar kleinen Spannungspegel im Spannungsrauschen der Detektoren verborgen und nicht messbar. Um den Einfluss bei der Kalibrierung zu vermeiden, wird die Erdverbindung stets in der Mikrowellenzuleitung der Josephson-Schaltung galvanisch durch mindestens einen ioDCB entkoppelt.

Ein stärkerer, frequenzabhängiger Effekt wurde bei den anfänglichen Vergleichsmessungen zwischen zwei Josephson-Systemen in Form von Übersprechen beobachtet. Elektrische Signale des einen Systems können dabei in Abhängigkeit der Signalfrequenz kapazitiv in den Messkreis des anderen Systems einkoppeln. Wesentliche Ursache ist die imperfekte Trennung der niederfrequenten und hochfre-

quenten Strompfade im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal. Speziell die niederfrequente Frequenzkomponente des Pulse-Bias-Stroms bei der zu erzeugenden Signalfrequenz f_{NF} kann zu einem systematischen Amplitudenfehler führen. Das Übersprechen ist im Allgemeinen stark von der Kopplungskapazität und daher auch von der geometrischen Anordnung des Messkreises (räumliche Trennung der Systeme, etc.) abhängig. Weitere Messungen in unterschiedlichen Anordnungen bestätigten dies. Die Ergebnisse in Abbildung 4.5 beschränken sich auf zwei demonstrativ ausgewählte Konfigurationen A und B. Beide Konfigurationen unterscheiden sich dabei nur in der Hochpassfilterung des Pulse-Bias-Stroms beider Schaltungen, um die Ergebnisse qualitativ vergleichen zu können. Konfiguration A nutzt einen einpoligen und Konfiguration B einen zweipoligen Hochpass zur Filterung des Pulse-Bias-Stroms. In beiden Fällen befinden sich zwei Schaltungen auf einem JAWS-Chip in derselben Probenstange.

Während der Messung aus Abbildung 4.5 (a) wird eine Schaltung mit einem Pulsmuster zur Erzeugung einer Spannung V_{nom} angesteuert und an der gegenüberliegenden, nicht angesteuerten Schaltung die eingekoppelte RMS-Spannung V_{CT} detektiert. Betreibt man das „Stör-System“ auf dem QLR ($n = 0, \pm 1$) kann ein Signal am „ausgeschalteten“ JAWS detektiert werden. Betreibt man die Schaltung anschließend im Quantenzustand $n = 0$, verringert sich V_{CT} ungefähr um denselben Faktor wie die Strompulsamplituden des PPG. Aus dem Vergleich beider Konfigurationen folgt, dass V_{CT} signifikant von der Hochpassfilterung und dem angelegten Pulse-Bias-Signal abhängt. Zur Abschirmung der niederfrequenten Verkabelung innerhalb der Probenstange können die elektrisch leitenden Edelstahlröhrchen genutzt werden. Durch Einbau von Kupferschirmgeflechten zur Verlängerung der effektiven Abschirmung verringert sich das Übersprechen zwischen beiden Systemen weiter. Außerhalb der Probenstange zeigten weitere Messungen, dass der in Kapitel 5 pragmatisch verwendete Schalter anfällig für hochfrequentes kapazitives Übersprechen ist.

Abbildung 4.5 (b) zeigt die relative Änderung $\Delta V/V_{\text{nom}}$ der RMS-Amplitude des untersuchten Systems, wenn das andere System aus bzw. angeschaltet ist. Der Parameter φ beschreibt dabei den momentanen Phasenwinkel zwischen beiden Signalen. Beide Schaltungen sind elektrisch nicht miteinander verbunden und synthetisieren im angeschalteten Zustand eine nominell identische 500 kHz Sinusspannung. Vor der Messung wird über den Referenztakt die Phase des „Stör-Systems“ justiert und die Phasenbeziehung mit Hilfe eines Oszilloskops überprüft. Weitere Messungen bestätigten, dass der Verlauf der Kurve (Phasenlage, Amplitude) stark abhängig vom geometrischen Messaufbau ist.

Man beachte, dass das Übersprechen auf die signaltragende Leitung auch bei Verwendung von nur einem System potentiell auftreten kann. Zur Abschätzung der Effekte, die aus der imperfekten Hochpassfilterung im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal resultieren, empfiehlt es sich für jeden Messaufbau die Schaltung im Quantenzustand $n = 0$ mit reduzierten Strompulsamplituden zu betreiben. Detektiert man in diesem Zustand eine Spannung bei der gewünschten Signalfrequenz, so ist dies ein starkes Indiz auf Übersprechen in Kombination mit Fehlern durch den Feedthrough-Strom (vgl. Kapitel 5). Für den Messaufbau in Kapitel 6 im Frequenzbereich bis 240 kHz wurden die Einflüsse vor dem Betrieb der Josephson-Spannungsrauschquelle überprüft und durch geeignete Maßnahmen bei der Kalibrierung hinreichend unterdrückt.

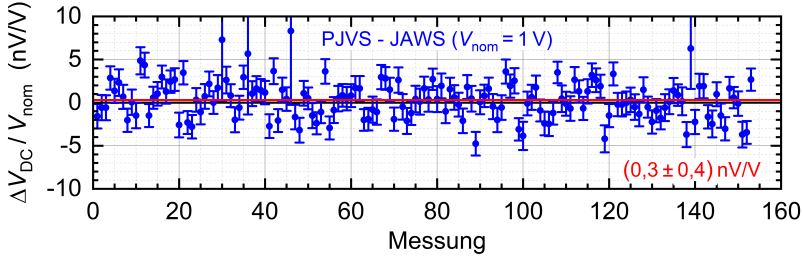


Abb. 4.6: Direkter Gleichspannungsvergleich zwischen PJVS und JAWS bei einer Nominalspannung $V_{\text{nom}} = 1 \text{ V}$. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit und die rote Gerade den Mittelwert aller Messungen. (Daten aus [78])

4.4 Josephson-Spannungsnorm-Vergleiche

Um die Genauigkeit der Josephson-Spannungsnormale zu überprüfen, wurden in der Metrologie Spannungsvergleiche zwischen denselben (PJVS gegen PJVS, JAWS gegen JAWS) und unterschiedlichen Systemen (JAWS gegen PJVS) durchgeführt. Man beachte, dass es prinzipiell auch möglich ist in einem anderen Messaufbau mit hinreichender Messunsicherheit die Genauigkeit des Spannungsnormals zu überprüfen, bspw. in Josephson-Impedanzmessbrücken [71, 72] oder bei der Kalibrierung von Thermokonvertern. Letzteres ist in der Literatur bereits häufig experimentell durchgeführt worden [73–76]. Darüber hinaus wurde in [77] gezeigt, dass man denselben Thermokonverter als Transfer-Standard in einem indirekten, internationalen Vergleich zwischen zwei pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormalen nutzen kann. Die bisherig erzielten Ergebnisse gaben bereits Aufschluss über systematische Fehlerquellen in Josephson-Spannungsnormalen. Die teilweise komplexeren Messaufbauten können jedoch im Allgemeinen die Analyse und Detektion der Fehler erschweren bzw. limitieren. Daher werden bei den experimentellen Vergleichen der vorliegenden Arbeit einfache Messaufbauten gewählt, die es ermöglichen, systematische Fehler der Josephson-Spannungsausquelle eindeutig zu identifizieren. Eine detailliertere Zusammenfassung über durchgeführte Vergleiche verschiedener Josephson-Spannungsnormalen kann Referenz [28] entnommen werden.

Die durchgeführten Gleichspannungsvergleiche verschiedener Metrologie-Institute zwischen zwei PJVS [23, 79, 80] zeigten hervorragende Übereinstimmungen im Bereich von 1 nV/V bis zu 10 pV/V . Direkte Vergleiche [78, 81] zwischen JAWS und PJVS zeigen, dass die DC-Genauigkeit auch systemübergreifend unabhängig von der Ansteuerung (kontinuierliche Mikrowelle oder Pulse) im Bereich von nV/V übereinstimmt. Die PTB-Ergebnisse [78] sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Differenz ΔV_{DC} der nominell erzeugten Gleichspannungen $V_{\text{nom}} = 1 \text{ V}$ beider gegeneinander geschalteter Systeme wurde dabei mit Hilfe eines Nulldetektors (Nanovoltmeter) gemessen. Sequentielles Umpolen der Polarität eliminiert hierbei Einflüsse durch die Thermospannung [78].

JAWS gegen PJVS Wechsellspannungsvergleiche (Sinus gegen stufenförmigen Sinus) wurden für eine maximale Signalfrequenz von bis zu 2 kHz durchgeführt. Ein

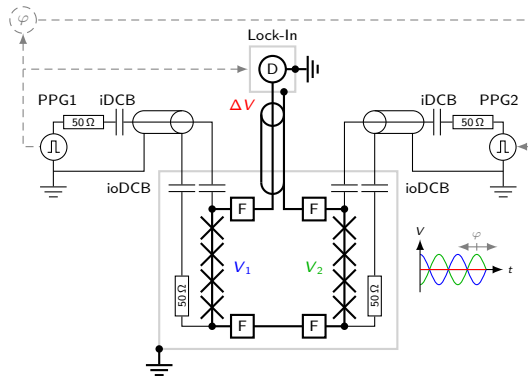


Abb. 4.7: Schema des Messaufbaus. Die Mikrowellen-Übertragungsleitung für den Pulse-Bias-Strom (dünne Linien) vom PPG zu den entsprechenden Josephson-Schaltungen und die Ausgangsverkabelung (dicke Linien) zum Nulldetektor (Lock-In-Verstärker) sind skizziert. Beide JAWS sind über einen supraleitenden Draht entgegengesetzt in Serie geschaltet. Die On-Chip-Tiefpassfilter sind mit F gekennzeichnet und die grauen Rechtecke zeigen das metallische Probenstangen- bzw. Messgerät-Gehäuse an. Beide PPG und der Lock-In-Verstärker sind über optische Verbindungen (grau gestrichelte Linien) synchronisiert. Die Anpassung der relativen Phasenlage φ beider nominell identischer Spannungen V_1 , V_2 erfolgt über einen Funktionsgenerator und ist schematisch im Zeitbereich dargestellt.

direkter Vergleich von PJVS und JAWS bei einer nominellen RMS-Amplitude von 1 V bei einer vergleichsweise niedrigen Frequenz von 250 Hz demonstrierte eine hervorragende Übereinstimmung von $(3,5 \pm 11,7)$ nV/V [82]. Ein indirekter Vergleich unter Verwendung eines ADC als Transfer-Standard bei 100 mV und 500 Hz lieferte ebenfalls eine gute Übereinstimmung beider Systeme von $(-0,18 \pm 0,26)$ μ V/V [83].

Direkte JAWS gegen JAWS Wechselspannungsvergleiche können durch gegeneinander Schalten zweier Josephson-Schaltungen durchgeführt werden. Hierbei justiert man die relative Phasenbeziehung zwischen beiden Sinusspannungen auf 180° und misst die verbleibende Restspannung mit einem Nulldetektor. Die dokumentierten Ergebnisse bei 1 kHz mit einem ADC [84] bzw. 3,75 kHz mit einem Lock-In-Verstärker [85] zeigten sehr gute Übereinstimmungen von wenigen Teilen in 10^8 bei einer einzelnen Signalfrequenz.

Um im Rahmen dieser Arbeit die Genauigkeit der Josephson-Spannungsrauschquelle bzw. im Allgemeinen pulsgetriebener Josephson-Systeme auch für einen erweiterten Frequenzbereich auf $\mu\text{V}/\text{V}$ -Niveau zu überprüfen, wird zunächst das in [85] beschriebene Messprinzip bei verschiedenen Frequenzen wiederholt. Die nachfolgenden Ergebnisse sind zum Teil in [86] veröffentlicht. Der verwendete Messaufbau ist in Abbildung 4.7 skizziert. Beide Schaltungen befinden sich auf einem Chip und sind bei 4,2 K über einen supraleitenden Draht entgegengesetzt in Serie geschaltet. Jede Schaltung wird individuell von der nominell identischen Konfiguration bestehend aus je einem PPG, iDCB, Mikrowellenkabel und ioDCB

unter Verwendung der konventionellen Pulse-Bias-Methode angesteuert. Ein Sigma-Delta-Modulator zweiter Ordnung erzeugt Pulsmuster einer Sinusspannung mit nomineller RMS-Amplitude $V_{\text{nom}} = 10 \text{ mV}$. Nach dem Transfer des Pulsmusters in den Speicher beider PPG werden die jeweiligen Stimpulsamplituden justiert, um die Schaltungen im QLR zu betreiben. Beide JAWS werden ohne zusätzlichen Kompensationstrom betrieben. Die Synchronisation beider PPG sowie des Lock-In-Verstärkers sind optisch voneinander isoliert. Über einen Funktionsgenerator kann die relative Phasenlage φ zwischen beiden PPG-Takten, d. h. zwischen beiden Sinusspannungen angepasst und die Gesamtspannung minimiert werden. Der Lock-In-Verstärker detektiert am Punkt der Auslöschung den Effektivwert der verbleibenden Restspannungsamplitude ΔV und somit die Abweichung zwischen beiden Systemen.

Zur Ermittlung der minimal erreichbaren statistischen Standardunsicherheit des Messaufbaus erfolgt zunächst eine Allan-Varianz-Analyse der Messdaten [87]. Hierfür, wird die Messreihe $y(t)$ in Blöcke mit zeitlich äquidistanten Punkten der Größe $\tau = n \cdot \Delta t$ unterteilt. Dabei entspricht n einer natürlichen Zahl und Δt dem zeitlichen Abstand zwischen zwei Punkten. Nach Bildung der Mittelwerte in allen k Blöcken \bar{y}_k , erhält man die Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ aus der Hälfte der mittleren quadrierten Differenz benachbarter Blockmittelwerte \bar{y}_{k+1} , \bar{y}_k [87, 88]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{\langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \rangle}{2} \quad (4.1)$$

Die Allan-Varianz für zunehmende Messzeit τ ergibt sich durch sukzessive Erweiterung der Blockgröße bis τ der halben Messzeit entspricht. Die Wurzel aus Gl. (4.1) entspricht der Allan-Abweichung. Zeigt der zeitliche Verlauf ein statistisch-unkorreliertes Verhalten (weißes Rauschen), d. h. $\sigma_y(\tau) \propto 1/\sqrt{\tau}$, verringert sich die Messunsicherheit mit zunehmender Messzeit. Sättigt ($1/f$ -Rauschen) oder erhöht (Drift-Effekte, niederfrequente Schwankungen) sich die Allan-Abweichung, führt eine längere Messzeit zu einer konstanten oder wieder steigenden Messunsicherheit [87, 88].

Abbildung 4.8 (a) zeigt exemplarisch die relative Allan-Abweichung der Restspannung $\sigma_{\Delta V}/V_{\text{nom}}$ für den Messpunkt bei $f = 2 \text{ kHz}$ aus Teilgrafik (b). Bis zu einem Wert von ca. $\tau = 200 \text{ s}$ zeigt die Allan-Abweichung statistisch-unkorreliertes Verhalten und sättigt schließlich mit zunehmender Messzeit. Der Sättigungspunkt tritt auch bei anderen Signalfrequenzen auf und verschiebt sich zum Teil zu kürzeren Messzeiten $\tau \geq 100 \text{ s}$. Daher beträgt die konservativ gewählte Messzeit 60 s , um eine typische statistische Standardunsicherheit von $0,1 \text{ pV/V}$ zu erhalten.

Die mittleren relativen Abweichungen aus Abbildung 4.8 (b) für Signalfrequenzen bis 10 kHz liegen deutlich innerhalb von $\pm 0,5 \text{ pV/V}$ und steigen mit zunehmender Frequenz an. Da bei Raumtemperatur nahezu keine Spannungsdifferenz in der Ausgangsverkabelung herrscht, ist der Einfluss durch den Spannungsabgriff vernachlässigbar (mehr Details in Abschnitt 5.5). Eine Kabelverlängerung um 3 m am Eingang des Lock-In-Verstärkers bestätigt diese Annahme. Die Abweichungen vor und nach der Verlängerung bei $f = 200 \text{ kHz}$ sind im Rahmen der statistischen Standardunsicherheit identisch. Weitere potentielle Fehler und Unsicherheitsbei-

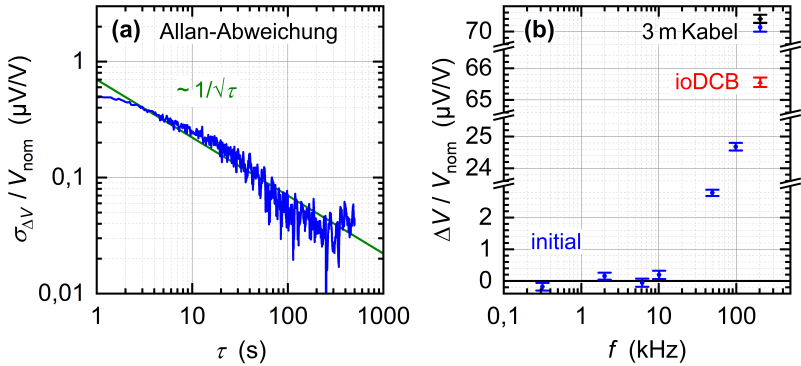


Abb. 4.8: Direkter JAWS-Wechselspannungsvergleich. Teilgrafik (a) zeigt die relative Allan-Abweichung der Restspannungsamplitude $\sigma_{\Delta V} / V_{\text{nom}}$ beim Vergleich zweier Sinusspannungen mit Signalfrequenz $f = 2 \text{ kHz}$ in Abhängigkeit der Messzeit τ . Die grüne Gerade zeigt den zu erwartenden Verlauf für statistisch-unkorreliertes Verhalten (weißes Rauschen). In (b) ist die Frequenzabhängigkeit der relativen Abweichung $\Delta V / V_{\text{nom}}$ für unterschiedliche Konfigurationen dargestellt. Die Fehlerbalken repräsentierten die statistische Standardunsicherheit.

träge sind ausführlich in [85] diskutiert, jedoch zu gering, um die Abweichung bei höheren Frequenzen zu erklären. Unter Verwendung je eines zusätzlichen ioDCB pro JAWS kann ein deutlicher Einfluss detektiert werden. Das Hinzufügen bewirkt eine Reduzierung der relativen Abweichung von $(70,1 \pm 0,1) \mu\text{V/V}$ auf $(65,5 \pm 0,1) \mu\text{V/V}$. Die beiden zusätzlichen ioDCB verringern die gesamte Serienkapazität der Mikrowellenleitungen und verschieben damit die Grenzfrequenzen der Hochpassfilter zu höheren Frequenzen. Dies reduziert den Feedthrough-Strom I_{FT} , der zu parasitären Spannungsabfällen im Messkreis und somit zu systematischen Amplitudenfehlern führt. Weitere Messungen bestätigten das Verhalten und zeigten, dass auch die Verschaltung beider JAWS (entgegengesetzt in Serie bzw. in Serie) einen starken Einfluss auf die Abweichung beider Systeme besitzt. Die unterschiedlichen Anordnungen beeinflussen den Pfad und die Aufteilung von I_{FT} zurück zur Quelle im Messkreis (mehr Details in Abschnitt 5.6).

Ähnliches Verhalten haben bspw. die Autoren in [89] („systematic error signals“) und [90] („ground loop error“) auch beobachtet, jedoch wurde der genau zugrundeliegende Fehlermechanismus in der Literatur bis zum Zeitpunkt der vorliegenden Arbeit noch nicht systematisch analysiert. Um eine leichtere Analyse des Mechanismus im nachfolgenden Kapitel zu ermöglichen, wird der Messaufbau weiter vereinfacht und zwei getrennte pulsgetriebene Josephson-Spannungsnormale indirekt gegeneinander verglichen. Im angepassten Messaufbau sind potentielle, gegenseitige Wechselwirkungen reduziert und es ist zudem möglich den Fehler durch die Verkabelung bei der absoluten Spannungsmessung genauer zu untersuchen. Mit den Erkenntnissen können nicht nur systematische Fehler in der Josephson-Spannungsrauschquelle, sondern auch in Messaufbauten mit ein oder mehreren Josephson-Schaltungen vermieden bzw. optimiert werden.

5 Systematische Quellen von Messabweichungen der Josephson-Spannungsrauschquelle

Im vorliegenden Kapitel wird die frequenzabhängige Amplitudengenauigkeit im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal bis 500 kHz untersucht. Anhand des Vergleichs zweier nominell identischer Josephson-Systeme werden der Einfluss durch die Ausgangsverkabelung und den Pulse-Bias-Strom auf die Ausgangsspannung untersucht und Modelle zum besseren Verständnis der systematischen Abweichungen erstellt. Hierbei fungiert ein ADC als Transfer-Standard zwischen dem Prüfling (engl. device under test, DUT) und dem als Referenz (REF) eingesetzten JAWS.

Weitere unabhängige Experimente bzw. Messungen systematischer Amplitudenabweichungen im JAWS sind zum Teil in [59, 61, 89–93] zu finden. Ein ähnlicher Vergleich zwischen PJVS und JAWS bei konstanter Signalfrequenz $f = 500$ Hz unter Verwendung des baugleichen Transfer-Standards ist in [83] angeführt. Die Ergebnisse des nachfolgenden Kapitels sind in [94, 95] veröffentlicht.

5.1 Messaufbau

Abbildung 5.1 zeigt ein Schema des Messaufbaus. Bei den Messungen kommen zwei nominell identische Josephson-Schaltungen zum Einsatz. Jede Schaltung besteht aus 2000 dreifach-gestapelten Nb/NbSi/Nb Josephson-Kontakten und kann durch je einen unabhängigen PPG angesteuert werden. Die erste Schaltung, definiert als DUT, besitzt eine kritische Stromstärke $I_c = 4,6$ mA und einen Normalwiderstand $R_N = 3,7$ m Ω pro Kontakt. I_c und R_N für die zweite Schaltung, bezeichnet als REF, betragen 4,1 mA und 3,7 m Ω . Der Aufbau der Probe inklusive Chipträger, Chip und Schaltung ist analog zu der Beschreibung in Abschnitt 3.2.

Die Komponentenkette (vgl. Abschnitt 3.3) zwischen PPG und dem Probenstangenkopf bei Raumtemperatur besteht aus einem iDCB, einem 3 dB Dämpfungsglied, einem flexiblen Mikrowellenkabel und einem weiteren iDCB. Diese Anordnung repräsentiert Konfiguration A, welche in Abschnitt 5.6 im DUT systematisch modifiziert wird und im REF hingegen unverändert bleibt. In Konfiguration B ist die Position von Dämpfungsglied und ersten iDCB vertauscht. Ein zusätzliches Austauschen des zweiten iDCB mit einem ioDCB repräsentiert Konfiguration C. Beide Systeme werden ohne Kompensationsstrom betrieben.

Jede Josephson-Schaltung ist über ein separates Koaxialkabel (Länge $l \approx 0,85$ m) innerhalb der Probenstange und ein RG58-Koaxialkabel ($l \approx 0,70$ m) mit einem der beiden Eingänge des Schalters verbunden. Der Ausgang des Schalters ist wiederum über ein weiteres RG58-Koaxialkabel ($l \approx 0,25$ m) mit dem Eingang des batteriebetriebenen ADC 5922 von National Instruments verknüpft. Der implementierte 48-Tap Standard FIR-Filter (Filter mit endlicher Impulsantwort, engl. finite impulse response) des 24-Bit ADC erzeugt laut Datenblatt in Abhängigkeit der Abtastrate f_s im Durchlassband (60 % von f_s) eine Welligkeit von 0,03 dB bis 0,3 dB für $f_s = 1$ MSa/s bis 15 MSa/s [96]. Die Amplitudengenauigkeit ist bei 1 kHz zu 0,06 % spezifiziert. Zwei weitere Koaxialkabel ($l \approx 85$ cm) sind mit je einer Schaltung zur Einspeisung eines Dither-Stroms bei der Bestimmung des QLR verbunden.

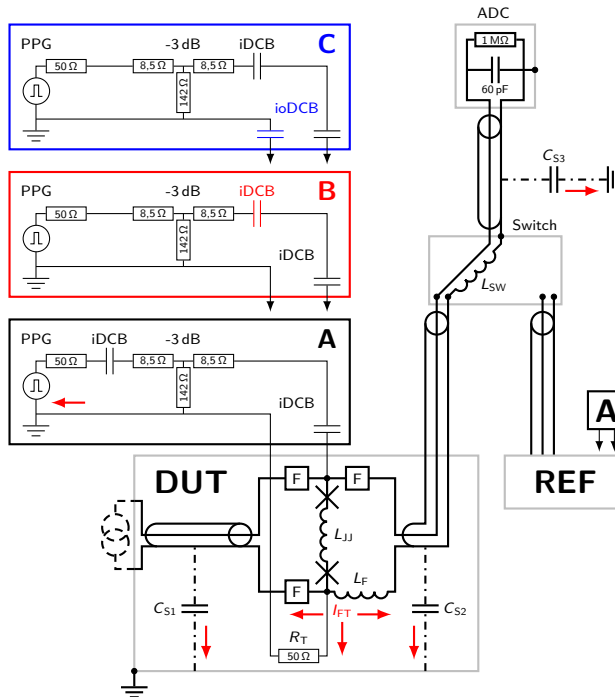


Abb. 5.1: Schema des Messaufbaus. Der prinzipielle Aufbau von DUT und REF ist in Konfiguration A nominell identisch. Die Mikrowellen-Übertragungsleitung für den Pulse-Bias-Strom (dünne Linien) vom PPG zur entsprechenden Josephson-Schaltung und dessen Ausgangsverkabelung (dicke Linien) zum ADC sind skizziert. Die On-Chip-Tiefpassfilter sind mit F und der Abschlusswiderstand mit R_T gekennzeichnet. Die Dither-Stromquelle (gestrichelte Linien) ist während des Vergleichs beider JAWS nicht mit dem Messkreis verbunden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die optischen Verbindungen für die Synchronisation und Datenübertragung, sowie die Batterieversorgung des ADC nicht dargestellt. Die grauen Rechtecke zeigen das metallische Probenstangen- bzw. die Messgerät-Gehäuse an. Zum besseren Verständnis des Modells aus Abschnitt 5.6 sind die Streukapazitäten zum Massepotential CS_1 , CS_2 , CS_3 sowie die parasitären Induktivitäten L_{JJ} , L_F , L_{SW} im Messkreis eingezeichnet. In Abschnitt 5.6 wird die Konfiguration des DUT von A auf C variiert, um den Einfluss des Feedthrough-Stroms I_{FT} zu analysieren. Die möglichen Pfade von I_{FT} sind durch rote Pfeile gekennzeichnet.

5.2 Betrieb der pulsgetriebenen Josephson-Systeme

In den nachfolgenden Messungen werden das erste Mal zwei JAWS mit unterschiedlichen Pulse-Bias-Methoden betrieben und gegeneinander getestet. Die konventionelle Methode (vgl. Unterabschnitt 3.4.2) nutzt einen dreistufigen Sigma-Delta-Modulator ($-1/0/+1$) zweiter Ordnung zur Erzeugung von digitalen Pulsmustern einer Sinuswellenform mit variabler Signalfrequenz f bis 500 kHz. Die Modulator- bzw. Taktfrequenz beträgt 9 GHz. Bei einer Aussteuerung von $\alpha \approx 12,6\%$ der insgesamt 6000 Josephson-Kontakte pro Schaltung erhält man nach Anpassung des Pulse-Bias-Stroms quantenbasierte, bipolare Sinusspannungen mit einer nominellen RMS-Amplitude V_{nom} von 10 mV.

Zur Reduktion des Feedthrough-Stroms I_{FT} für $f > 10$ kHz kommt die ZC-Methode [62] zum Einsatz (vgl. Unterabschnitt 3.4.3). Dementsprechend ist der damit verbundene systematische Amplitudenfehler, im Folgenden als *Feedthrough-Messabweichung* bezeichnet, im REF reduziert und ermöglicht die Analyse des damit einhergehenden Fehlermechanismus im DUT. Zur Erzeugung von unipolaren Sinusspannungen mit identischer Signalfrequenz und nominell gleicher RMS-Wechselspannungsamplitude wird ein zweistufiger Sigma-Delta-Modulator ($0/+1$) zweiter Ordnung verwendet. Unter Verwendung der ZC-Methode ergibt sich dementsprechend eine DC-Offsetspannung von $V_{\text{DC}} \approx 18,6$ mV.

Zur Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes wird vor dem Vergleich beider JAWS der QLR (vgl. Abschnitt 4.2) ermittelt. Um Veränderungen der THD durch Anlegen eines Dither-Stroms (Dreiecksignal mit arbiträr gewählter Frequenz von 74 Hz) auch für die höchste Signalfrequenz $f = 500$ kHz detektieren zu können, beträgt $f_s = 6$ MSa/s. Die Frequenzauflösung Δf der Amplitudenspektren ist 1 Hz und die Spannungen werden im ± 1 V Eingangsbereich des ADC gemessen. Der QLR entspricht dem maximalen Dither-Strom, wenn auch nach sorgfältigem Anpassen der Pulse-Bias-Amplituden der gemessene THD-Wert um mehr als 5 % vom initialen THD-Wert (ohne Dither-Strom) abweicht. Zur Vermeidung einer zusätzlichen elektrischen Verbindung und dessen parasitärer Impedanz gegenüber dem Massepotential ist für alle weiteren Messungen die Dither-Strom-Quelle nicht mit beiden JAWS verbunden. Nach optimaler Einstellung des Arbeitspunktes beträgt der QLR für alle Signalfrequenzen für das DUT 1,6 mA mit der konventionellen und 1,3 mA mit der ZC-Methode und für das REF 1,4 mA bzw. 1,1 mA. Die komplexere Struktur des Pulse der ZC-Methode ist vermutlich verantwortlich für die Reduktion des QLR. Die unterschiedlichen Werte für I_c beider Schaltungen erklären den Unterschied beider QLR-Werte. Mit Ausnahme der Messungen in Abschnitt 5.6 bleiben die Einstellungen der Pulse-Bias-Amplituden unverändert.

5.3 Messdatenerfassung

Beide JAWS werden abwechselnd für insgesamt je eine 1 s vom ADC gemessen. Nach jedem Umschaltvorgang wird ein Zeitfenster von 100 ms zur Stabilisation eingefügt. Ein potentieller Fehlerbeitrag durch kapazitives Übersprechen zwischen beiden Systemen trotz Optimierung der Probenstange (vgl. Abschnitt 4.3) während der Messung des einen Systems wird vermieden, indem das Signal am anderen, nicht gemessenen System durch Umschalten der PPG-Speicherbank auf ein Muster ohne Strompulse kurzzeitig ausgeschaltet wird. Ein Datenpunkt re-

präsentiert die nacheinander gemessenen, zeitlichen Spannungswerte von DUT und REF. Die Daten werden über eine optische Verbindung zur weiteren Analyse an den Messrechner gesendet. Die Datenübertragungsstrecke des ADC zum Messrechner sowie die USB-Verbindungen sind ebenfalls optisch voneinander getrennt. Die gemessenen RMS-Amplituden werden aus den Leistungsspektren abgeleitet. Die relative Abweichung beider RMS-Amplituden bei der Signalfrequenz f von der nominellen RMS-Amplitude ist definiert durch:

$$\frac{\Delta V_{\text{rms}}}{V_{\text{nom}}} = \frac{V_{\text{rms,DUT}} - V_{\text{rms,REF}}}{V_{\text{nom}}} \quad (5.1)$$

Bei der diskreten Fouriertransformation kommt ein Rechteck-Fenster zum Einsatz. Der ADC und beide PPG teilen sich eine gemeinsame, optisch-isolierte 10 MHz Referenz zur Vermeidung von spektralen Leakage-Effekten. Des Weiteren sind die Signalfrequenzen auf die gewählte Abtastrate von 2 MSa/s abgestimmt. Um die Datengröße zu verringern, werden die 2 MSa Datenpunkte pro Datenpunkt eines jeden JAWS in zehn sich nicht überlappende Datensätze unterteilt. Das gemittelte Spektrum mit einer resultierenden Auflösung von 10 Hz wird in einer binären Datei abgespeichert.

5.4 Analyse der Messmethode

Da die Amplitudengenauigkeit pulsgetriebener Josephson-Systeme und nicht die des ADC im Fokus steht, vermindert das schnelle Umschalten zwischen beiden Spannungsquellen den Einfluss des Transfer-Standards auf das Messergebnis. Potentielle Auswirkungen durch die Drift der ADC-Verstärkung, deren Frequenzgang und Nichtlinearität sind bei gleicher Aussteuerung des ADC unterdrückt. In Abschnitt 4.4 ist bereits gezeigt, dass für $f \leq 10$ kHz keine signifikanten systematischen Amplitudenabweichungen über $\pm 1 \mu\text{V/V}$ im JAWS auftreten. Dementsprechend ist es möglich, in diesem Frequenzbereich die vorgeschlagene Messmethode und die Validität der Annahmen zu analysieren.

5.4.1 Messstabilität und -genauigkeit

Abbildung 5.2 (a) zeigt eine 50 Minuten lange Messung bei 1 kHz und nomineller RMS-Amplitude von 10 mV. Beide Systeme werden mit der konventionellen Pulse-Bias-Methode betrieben und der Eingang des ADC ist DC gekoppelt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die relativen Abweichungen beider JAWS von der Nominalamplitude deutlich drifteten und innerhalb von $222 \mu\text{V/V}$ bis $244 \mu\text{V/V}$ liegen. Dieses Ergebnis befindet sich innerhalb der Spezifikation des ADC. Die relative Abweichung zwischen DUT und REF zeigt keinen Drift und streut um ca. $\pm 6 \mu\text{V/V}$ um null. Die Allan-Abweichung in Abbildung 5.2 (b) bestätigt das Verhalten. Nach ca. 60 s, ergibt sich $\Delta V_{\text{rms}}/V_{\text{nom}} = (-0,2 \pm 0,4) \mu\text{V/V}$. Im nachfolgenden Teil der Arbeit beziehen sich alle genannten Unsicherheiten auf die statistische Standardunsicherheit.

In Abbildung 5.3 ist die relative Abweichung beider Systeme für Frequenzen bis 10 kHz dargestellt. Die Ergebnisse bestätigen die Amplitudengenauigkeit eines JAWS im genannten Frequenzbereich und die Unterdrückung der ADC-Nicht-

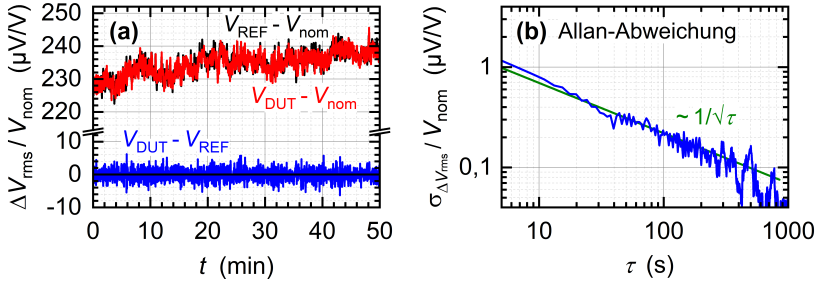


Abb. 5.2: Indirekter JAWS-Wechselspannungsvergleich. Teilgrafik (a) zeigt die Relative Amplitudenabweichung vom Nominalwert beider Systeme (schwarz/rot) über der Messzeit t für $V_{\text{nom}} = 10 \text{ mV}$ und $f = 1 \text{ kHz}$. Die relative Abweichung von DUT und REF ist in blau markiert und deren normierte Allan-Abweichung in (b) dargestellt. Die grüne Gerade zeigt den zu erwartenden Verlauf für statistisch-unkorreliertes Verhalten (weißes Rauschen).

linearität auf das Ergebnis bei gleicher Aussteuerung des ADC von $V_{\text{nom}} = 10 \text{ mV}$ oder normiert auf den vollen Eingangsbereich V_{FS} von $V_{\text{nom}}/V_{\text{FS}} = 1 \%$. In Referenz [83] zeigten die Autoren bei $V_{\text{nom}}/V_{\text{FS}} = 10,4 \%$, dass die Nichtlinearität des baugleichen ADC ebenfalls keinen Einfluss $\geq 1 \mu\text{V/V}$ auf die relative Abweichung zwischen PJVS und JAWS hat, sofern das gemessene Amplitudenverhältnis nahezu gleich ist und die relative Abweichung nicht $\pm 15 \%$ vom Nominalwert überschreitet. Zur weiteren Überprüfung der Genauigkeit beträgt die nominelle RMS-Amplitude des REF (DUT) in der Messung, dargestellt mit blauen (roten) Datenpunkten $10,0004 \text{ mV}$ und des anderen Systems 10 mV . Die Messpunkte streuen in beiden Fällen um den theoretisch erwarteten Wert. Dies belegt, dass der Einfluss der ADC-Nichtlinearität auch bei 1% Aussteuerung hinreichend unterdrückt ist und man kleinere Amplitudenabweichungen auf $\mu\text{V/V}$ -Level messen kann.

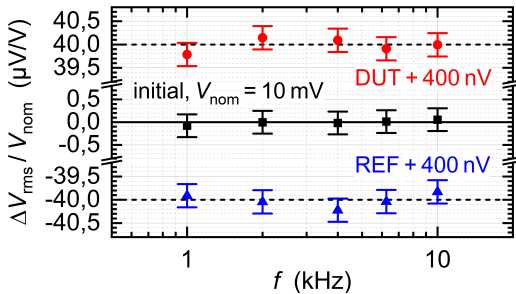


Abb. 5.3: Relative Abweichung beider JAWS in Abhängigkeit der Signalfrequenz f . Die roten (blauen) Datenpunkte repräsentieren eine absichtliche Erhöhung der Signalamplitude des DUT (REF) um $40 \mu\text{V/V}$. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit.

Jedoch ist zu erwarten, dass selbst bei nahezu identischem Amplitudenverhältnis die ADC-Nichtlinearität durch die Digitalisierung für kleiner werdende Aussteuerungen $V_{\text{nom}}/V_{\text{FS}} < 1\%$ ab einem gewissen Wert nicht mehr hinreichend unterdrückt werden kann. Dieser Gesichtspunkt wird im nachfolgenden Unterabschnitt untersucht.

5.4.2 Unterdrückung der ADC-Nichtlinearität und Frequenzgang

Die Ergebnisse der nachfolgenden Abschnitte werden zeigen, dass die dominanten systematischen Amplitudenfehler eines pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormals eine quadratische Frequenzabhängigkeit besitzen. Dieser Anteil ist in den Messkurven aus Abbildung 5.4 zur besseren Darstellung bereits korrigiert. Bei gleicher Nominalamplitude in Abbildung 5.4 (a) von 1 mV zeigt die relative Abweichung zwischen DUT und REF bis 500 kHz nach der Korrektur keine höhere Frequenzabhängigkeit. Dies zeigt, dass die Frequenzgang-Welligkeit des digitalen FIR-Filters sowie die Nichtlinearität des ADC auch bei einer Aussteuerung von $V_{\text{nom}}/V_{\text{FS}} = 1\%$ hinreichend unterdrückt ist. Die mittlere Abweichung beträgt $0,1 \mu\text{V}/\text{V}$. Nach absichtlicher Reduktion der DUT Amplitude um nominell 5 nV bis 20 nV in 5 nV Schritten streuen alle Datenpunkte um den theoretisch erwarteten Wert. Die mittleren relativen Abweichungen betragen $-4,9 \mu\text{V}/\text{V}$, $-10,2 \mu\text{V}/\text{V}$, $-14,9 \mu\text{V}/\text{V}$ und $-20,1 \mu\text{V}/\text{V}$.

In Abbildung 5.4 (b) ist die Auswirkung für stark reduzierte Werte von V_{nom} für beide Systeme dargestellt. Für $V_{\text{nom}}/V_{\text{FS}} = 0,5\%$ zeigt die Messkurve keine signifikanten Abweichungen. Bei einer Aussteuerung von $0,25\%$ und $0,05\%$ kann jedoch eine signifikante Streuung festgestellt werden, welche auf die mangelnde Unterdrückung der ADC-Nichtlinearität zurückzuführen ist. Da beide Systeme bei jedem Messpunkt mit nominell identischen Pulsmustern angesteuert werden, ist ein Einfluss durch den Sigma-Delta-Konvertierungsfehler ausgeschlossen.

Abschnitt 6.7 befasst sich detaillierter mit dem Einfluss der Eingangsamplitude und einer angelegten Offsetspannung auf die Nichtlinearität des verwendeten ADC. Um einen Einfluss durch unterschiedliche Offsetspannungen auf das Messergebnis ausschließen zu können, werden beide Signale im Folgendem über einen internen Hochpassfilter des ADC am Eingang gefiltert. Die konstant gewählte nominelle RMS-Amplitude $V_{\text{nom}} = 10 \text{ mV}$ stellt einen Kompromiss zwischen moderater Messzeit und ausreichender Unterdrückung der ADC-Nichtlinearität dar.

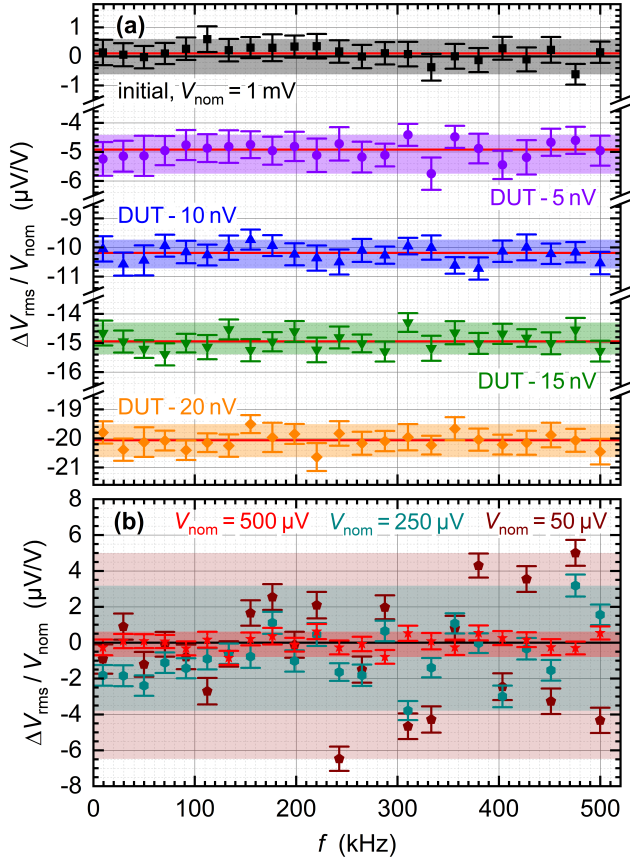


Abb. 5.4: Relative Abweichung beider JAWS in Abhängigkeit der Signalfrequenz f . Die dominante quadratische Frequenzabhängigkeit, verursacht durch systematische Fehler im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal, ist in beiden Teilgrafiken zur besseren Darstellung bereits korrigiert. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Die transparenten Rechtecke dienen zur Verdeutlichung der Spanne zwischen Minimal- und Maximalabweichungen. In (a) beträgt die initiale, nominelle RMS-Amplitude des DUT $V_{\text{nom}} = 1 \text{ mV}$. Die Ergebnisse nach absichtlicher, sukzessiver Erhöhung der DUT-Spannung um $5 \mu\text{V/V}$ bis $20 \mu\text{V/V}$ ist ebenfalls dargestellt. Die roten Geraden entsprechen den mittleren relativen Abweichungen. Die Auswirkung einer starken Reduktion von V_{nom} für DUT und REF ist in (b) gezeigt.

5.5 Einfluss der Ausgangverkabelung

Beide Ausgangverkabelungen des DUT und REF enthalten mehrere Komponenten, die beide Josephson-Schaltungen im Helium-Dewar bei 4,2 K mit dem ADC bei Raumtemperatur elektrisch verbinden. Mit zunehmender Signalfrequenz verursacht diese Verbindung eine stärkere Abweichung zwischen gemessener und nomineller Spannung. Die Abweichungen können als Resultat reflektierter elektrischer Wellen [92, 93] verstanden werden, die aufgrund der Impedanzfehlانpassung zwischen der „quasi-impedanzfreien“ Josephson-Schaltung, der 50 Ω Kabelimpedanz und der hochohmigen Eingangsimpedanz des ADC entstehen.

5.5.1 Analytische Herleitung

Eine weitere Möglichkeit zur Erklärung der Abweichung ist die Approximation der Ausgangverkabelung durch einen zweipoligen Tiefpassfilter [90]. Dies ist in Abbildung 5.5 (a) skizziert. Das Modell berücksichtigt einen Widerstand R in Serie mit der Induktivität L . Die Ausgangsspannung V_{out} wird über der Kapazität C gemessen. Der Betrag der Transferfunktion $|H(\omega)| = |V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$ liefert die Beziehung zwischen Eingangsspannung V_{in} und V_{out} . Im vorliegenden Fall ergibt sich:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}} \quad (5.2)$$

Hierbei bezeichnet

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.3)$$

die Polfrequenz und

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.4)$$

den Gütefaktor bzw. die Resonanzschärfe.

Der Verlauf von Gl. (5.2) im Frequenzbereich von 1 MHz bis 10 MHz für unterschiedliche Gütefaktoren ist exemplarisch in Abbildung 5.5 dargestellt. Hierbei bleiben die ermittelte Gesamtinduktivität und -kapazität des Messkreises $L_{\text{ges}} \approx 770$ nH und $C_{\text{ges}} \approx 260$ pF konstant. Die Polfrequenz $f_0 = \omega_0/2\pi$ beträgt 11,2 MHz. Die Resonanz kann durch Erhöhung des Serienwiderstands R gedämpft werden. Die maximal flache Frequenzabhängigkeit ergibt sich bei einer Güte von $Q = 1/\sqrt{2}$. In Abbildung 5.5 (c) ist die Abweichung der Transferfunktion vom Nominalwert dargestellt. Hieraus ist ersichtlich, dass die Glättung der Frequenzabhängigkeit mit Hilfe eines Serienwiderstands sehr empfindlich gegenüber kleinen Änderungen ist. Eine einprozentige Änderung von Q bewirkt bereits eine relative Abweichung von ca. ± 50 $\mu\text{V}/\text{V}$ bei 500 kHz. Weitere Schwierigkeiten (Heliumfüllstand, Widerstandsstabilität etc.) dieser Methode sind in Referenz [59] detailliert diskutiert.

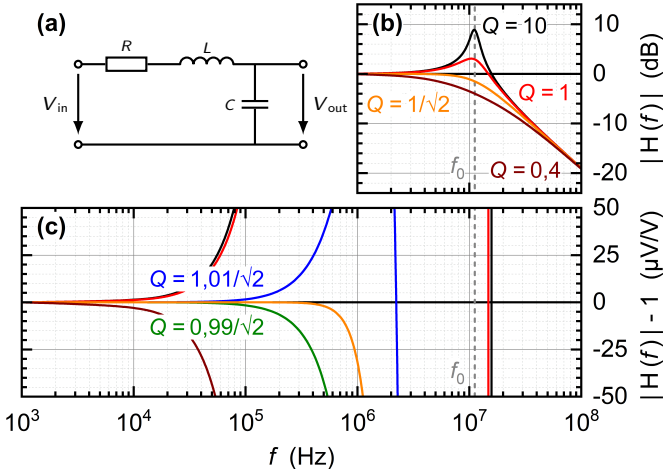


Abb. 5.5: Vereinfachtes Modell der JAWS-Verkabelung. Der Betrag der Transferfunktion in Abhängigkeit der Frequenz f eines zweipoligen Tiefpassfilters (a) ist in (b) für verschiedene Gütefaktoren Q mit konstanten $L_{\text{ges}} = 770 \text{ nH}$ und $C_{\text{ges}} = 260 \text{ pF}$ dargestellt. Die resultierende Polfrequenz $f_0 = 11,2 \text{ MHz}$ ist als grau-gestrichelte Linie eingezeichnet. Teilgrafik (c) zeigt die Abweichung der Übertragungsfunktion vom Nominalwert für die Kurven aus (b) inklusive dem Verlauf einer $\pm 1\%$ Abweichung von $Q = 1/\sqrt{2}$. (Teilgrafik (a) in eigener Darstellung nach [59])

Für den betrachteten Messkreis gilt $Q \gg 1$. Fernab der Polfrequenz $\omega \ll \omega_0$ liefert eine Taylorreihenentwicklung von Gl. (5.2):

$$|H(\omega)| \approx 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 + \dots \quad (5.5)$$

Daraus folgt, dass beide Systeme eine dominante quadratische Frequenzabhängigkeit bis 500 kHz aufgrund der Ausgangsverkabelung aufweisen sollten. Aus Gl. (5.5) lassen sich Sensitivitätskoeffizienten für kleine Kapazitäts- und Induktivitätsänderungen δC , δL ableiten. Für die resultierende Differenz im Amplitudengang $\delta|H(\omega)|$ ergibt sich:

$$\delta|H(\omega)| \approx \omega^2 (L\delta C + C\delta L) \quad (5.6)$$

Bei 500 kHz folgt für die relative Abweichung eine Änderung um $7,6 \text{ } \mu\text{V/V}$ pro pF und $2,6 \text{ } \mu\text{V/V}$ pro nH. Aus diesem Ergebnis kann abgeleitet werden, dass selbst minimale Unterschiede beim Vergleich zweier Systeme zu signifikanten Abweichungen führen. Eine Unterdrückung des Kabel-Fehlers auf ein einstelliges $\mu\text{V/V}$ -Level bis 500 kHz, wie in Unterabschnitt 5.5.3 experimentell demonstriert wird, ist daher nur mit nominell identischen elektrischen Verbindungslängen innerhalb und außerhalb des JAWS-Chips realistisch realisierbar.

5.5.2 Simulation der Ausgangsverkabelung

Um weitere Einflussfaktoren, die aufgrund der steigenden Komplexität bei der analytischen Herleitung nicht berücksichtigt sind, untersuchen zu können, bietet es sich an den komplexen Messkreis zu simulieren. Das verwendete Modell ist schematisch in Abbildung 5.6 dargestellt. Hierbei werden sowohl koaxiale Verbindungen des Spannungsabgriffs als auch der Mikrowellenleitung sowie der nicht verwendete Abgriff zur Bestimmung des QLR in mehrere Π -Glieder aufgeteilt

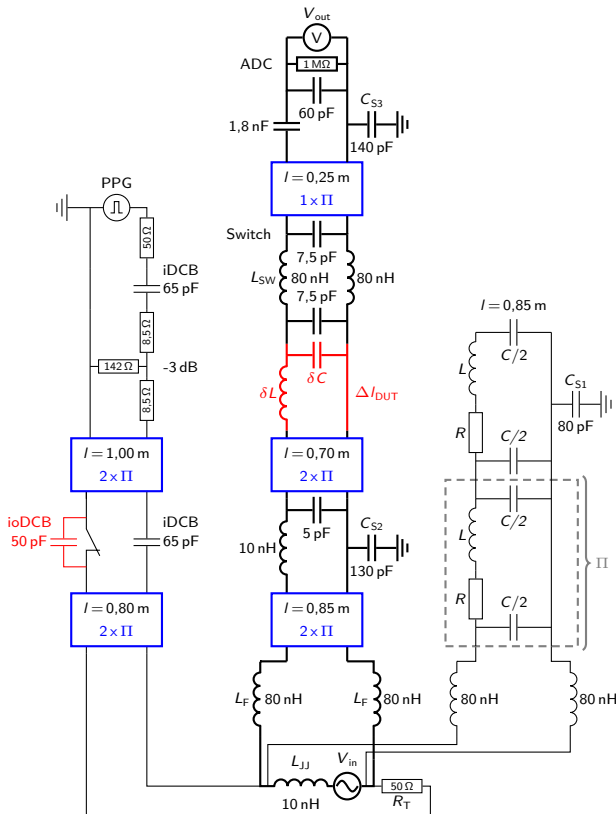


Abb. 5.6: Verwendetes Simulationsmodell zur Bestimmung der Amplitudenabweichung durch die Ausgangsverkabelung. Die Anzahl der verwendeten II-Glieder (grau) zur Modellierung der koaxialen Kabelverbindungen der Länge l werden schematisch durch blaue Rechtecke dargestellt. Die rot hervorgehobenen Komponenten (inkrementelle Leitungslängenänderung Δl_{PUT} , Austausch iDCB) sind optional integrierbar und dienen zur Überprüfung der experimentellen Ergebnisse. Eine detaillierte Beschreibung erfolgt im Fließtext.

und bei der Simulation berücksichtigt. Ein Π -Glieder entspricht einer maximalen Leitungslänge von $l = 42,5$ cm. Die Josephson-Schaltung ist als ideale Spannungsquelle in Serie mit der Verdrahtungsinduktivität L_{JJ} modelliert. Die On-Chip-Tiefpassfilter bestehend aus mehreren Filterspulen sind zu vier einzelnen Gesamtinduktivitäten zusammengefasst. Dabei sind schätzungsweise je 20 nH entlang des Anschlusses am jeweiligen Innenleiter bzw. Schirm des Ausgangskabels berücksichtigt. Eine 10 nH Serieninduktivität in Kombination mit einer 5 pF Kapazität parallel dazu bilden den Lemo-Stecker im Kopf der Probenstange nach. Der Einfluss der Streukapazitäten C_{S1} bis C_{S3} , einer Kabel-Verlängerung Δl_{DUT} und des späteren Austauschs der DCB-Typen ist ebenfalls im Modell optional integriert. Die gemessene Serieninduktivität von 160 nH für Innen- und Außenleiter sowie die gemessene Eingangs- und Ausgangskapazität von 15 pF repräsentieren den Schalter im Messkreis. Am ADC-Eingang ist der Hochpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 90 Hz durch einen 1,8 nF-Kondensator berücksichtigt. Das 3 dB Dämpfungsglied ist in einer T-Anordnung realisiert.

5.5.3 Messergebnisse

Um die Feedthrough-Messabweichung vom Kabel-Fehler im vorliegenden Unterabschnitt besser trennen zu können, operiert das REF JAWS mit der ZC-Pulse-Bias Methode. Vor jeder Messung wird überprüft, dass die Amplituden der Strompulse so eingestellt sind, dass der Feedthrough-Strom I_{FT} minimiert ist ($I_{rms,FT} \leq 0,1$ μ A). Dies reduziert die Feedthrough-Messabweichung im REF signifikant für höhere Signalfrequenzen, unabhängig der Filterung des Pulse-Bias-Stroms. Das DUT nutzt die konventionelle Pulse-Bias-Methode mit leicht erhöhtem I_{FT} . Beide Systeme nutzen Konfiguration A zur Ansteuerung. Dies reduziert den niederfrequenten Strom I_{FT} und die Feedthrough-Messabweichung signifikant für beide Systeme. Die Messung von I_{FT} und die Beschreibung von Konfiguration A im Zusammenhang mit der Analyse der Feedthrough-Messabweichung erfolgt detailliert im darauffolgenden Abschnitt.

Ein Impedanzunterschied der DUT- und REF-Verkabelung kann an mehreren Stellen zwischen dem Josephson-Kontakten bei 4,2 K und dem Eingang des Transfer-Normals bei Raumtemperatur entstehen. Die Leitungslängen beider Systeme sind akribisch aufeinander abgestimmt, um die relativen Abweichungen bis 500 kHz auf einstelligem μ V/V-Niveau zu halten. Dies hat zur Folge, dass beide Quellen den ADC gleichermaßen aussteuern und dessen Nichtlinearität in der Differenzbetrachtung keinen Einfluss hat. Da eine hinreichende Linearität für kleine Abweichungen auf μ V/V-Level bereits gezeigt ist, kann die relative Abweichung durch eine inkrementellen Leitungslängenänderung Δl_{DUT} des DUT gemessen werden. Die Längenänderung wird am Eingang des Schalters durch das Hinzufügen von koaxialen Steckerverbindern realisiert.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.7 gezeigt. Die relative Abweichung bis 500 kHz liegt innerhalb ± 1 μ V/V für die initiale Messkurve (schwarz). Dies zeigt, dass beide Leitungslängen nahezu identisch sind. Im Einklang mit dem analytischen Modell erhöht sich für $\Delta l_{DUT} = +5$ cm und $+10$ cm die gemessene Spannung des DUT und zeigt eine dominante quadratische Frequenzabhängigkeit, repräsentiert durch durchgezogene Linien in Abbildung 5.7 (a). Die absolute Ampli-

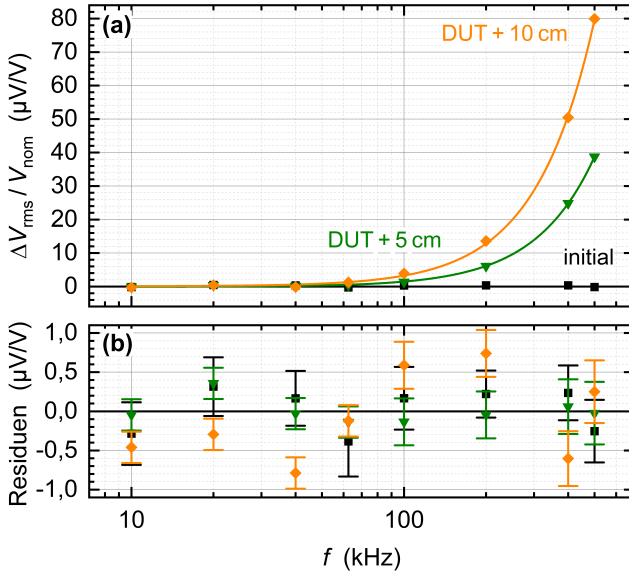


Abb. 5.7: Frequenzabhängigkeit der relativen Abweichung zwischen beiden JAWS. Die Leitungslänge des DUT wird schrittweise um +5 cm am Eingang des Schalters verlängert. Die durchgezogenen Linien in (a) repräsentieren eine rein-quadratische Korrekturfunktion der farbigen Datenpunkte. Die korrespondierenden Residuen sind in (b) dargestellt. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit.

tudenabweichung bei 500 kHz beträgt im initialen Fall mit Gl. (5.2) ca. 2,0 mV/V. Die Obergrenze für die Abweichung bei $\Delta l_{\text{DUT}} = +5$ cm, d. h. $\delta L = 12,5$ nH und $\delta C = 5$ pF beträgt nach Gl. (5.6) theoretisch +70,5 $\mu\text{V/V}$ bzw. +141 $\mu\text{V/V}$ für den Fall $\Delta l_{\text{DUT}} = +10$ cm. Demnach sind die experimentell gemessenen Werte um ≈ 76 % kleiner als die Theorie. Mit Hilfe der Simulation beträgt die Diskrepanz nur noch ≈ 6 %. Der Grund dafür liegt hauptsächlich in der Unterteilung der koaxialen Kabelstrecken in mehrere Π -Glieder und der Berücksichtigung der zusätzlichen elektrischen Verbindungen (Mikrowellenzuleitung, nicht genutzte Koaxialleitung). In diesem Fall ergibt sich für die absolute Amplitudenabweichung ca. 1,3 mV/V bei 500 kHz. Die Residuen in Abbildung 5.7 (b) nach Abzug eines rein-quadratischen Fits liegen alle innerhalb ± 1 $\mu\text{V/V}$ bis 500 kHz und zeigen keine signifikanten Abweichungen von der erwarteten quadratischen Frequenzabhängigkeit.

5.6 Einfluss des Pulse-Bias-Stroms

Experimente haben gezeigt, dass der Feedthrough-Strom I_{FT} einen Spannungsabfall über parasitäre Impedanzen im Messkreis verursacht, der die Amplitudengenauigkeit des JAWS bei höheren Signalfrequenzen beeinflusst [61, 62, 89]. Die

gemessene Amplitude $V_{\text{rms,DUT}}$ ist die Vektorsumme aus der quantisierten Josephson-Spannungskomponente V_{nom} und dem parasitären Spannungsabfall V_{err} unter Berücksichtigung des entsprechenden Phasenwinkels φ zwischen beiden Komponenten. Folglich treten Amplitudenabweichungen im pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnorm auf, selbst wenn das System im QLR arbeitet.

In der Literatur wird zwar angegeben, dass I_{FT} über die On-Chip-Filter sowie parasitäre Impedanzen in der Ausgangsverkabelung abfließen kann [61, 89], dies ist aber bis dato noch nicht systematisch untersucht worden. Wie bereits in Unterabschnitt 3.4.2 angeführt, berücksichtigt man oftmals nur den induktiven Spannungsabfall über L_{JJ} als dominante Fehlerquelle [62]. Aufgrund eines postulierten Phasenwinkels von $\varphi = 90^\circ$ und dem typischerweise kleinen Spannungsabfall V_{err} wäre der systematische Fehler demnach vernachlässigbar. Wie sich zeigen wird, ist die Feedthrough-Messabweichung stark vom Messaufbau abhängig. Der tatsächlich zugrundeliegende Fehlermechanismus wird anhand der Messergebnisse im Folgenden genauer analysiert.

5.6.1 Bestimmung der Feedthrough-Messabweichung

In Unterabschnitt 3.4.2 ist gezeigt, dass sich I_{FT} unter Verwendung der konventionellen Pulse-Bias-Methode mit zunehmenden Strompulsamplituden und Signalfrequenzen erhöht. Da die Feedthrough-Messabweichung von I_{FT} abhängt, kann man durch Variation der Strompulse bei konstanter Signalfrequenz die Feedthrough-Messabweichung messen und analysieren. Die Ergebnisse für $f = 500 \text{ kHz}$ für die drei Konfigurationen A, B und C des DUT (vgl. Abbildung 5.1) sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Das REF wird in Konfiguration A mit konstanten Strompulsamplituden und der ZC-Methode betrieben, d. h. mit vernachlässigbarer Feedthrough-Messabweichung. I_{pp} bezeichnet den Spitze-Spitze-Strom zwischen den negativen und positiven Strompulsen zur Ansteuerung des DUT und $I_{\text{pp,c}}$ die Amplitudeneinstellung, wenn das DUT in der Mitte seines QLR betrieben wird. Die Variation von I_{pp} erfolgt relativ zu $I_{\text{pp,c}}$ durch gleichzeitige, schrittweise Erhöhung der positiven und negativen Strompulsamplituden. Mit Hilfe eines Breitbandoszilloskops wird I_{pp} für alle Messpunkte in allen drei Konfigurationen bestimmt.

Die schwarze Messkurve aus Abbildung 5.8 zeigt das Ergebnis für den Fall, dass beide JAWS mit Konfiguration A betrieben werden. In dieser Konfiguration sind beide iDCB durch ein Dämpfungsglied entkoppelt. Die beiden Kapazitäten, das 3 dB Dämpfungsglied und der Abschlusswiderstand R_{T} bilden einen zweipoligen Hochpassfilter für den niederfrequenten Anteil des Pulse-Bias-Stroms. Der signifikant reduzierte Strom I_{FT} fließt hauptsächlich über R_{T} zurück zur Quelle, da der elektrische Pfad über die Streukapazitäten $C_{\text{S}} = C_{\text{S}1} + C_{\text{S}2} + C_{\text{S}3} = 350 \text{ pF}$ zur Masse eine im Vergleich zu R_{T} hohe Impedanz von $0,9 \text{ k}\Omega$ bei 500 kHz besitzt. Folglich wird der parasitäre Spannungsabfall V_{err} durch den Stromfluss von I_{FT} über die frequenzabhängige Impedanz L_{JJ} verursacht. Dies bedeutet, dass die Feedthrough-Messabweichung ein Verhalten eines dreipoligen Hochpassfilters zeigt, oder i. a. W. aufgrund des dominanten induktiven, parasitären Spannungsabfalls erfährt die Feedthrough-Messabweichung immer einen Pol mehr als der verursachende, in diesem Fall quadratisch mit der Frequenz skalierende Strom I_{FT} . Für $|I_{\text{pp}} - I_{\text{pp,c}}| \leq 0,6 \text{ mA}$ bleibt die relative Abweichung für Konfiguration A in Abbildung 5.8 innerhalb $\pm 1 \text{ }\mu\text{V/V}$. In der Mitte des QLR beträgt die Abwei-

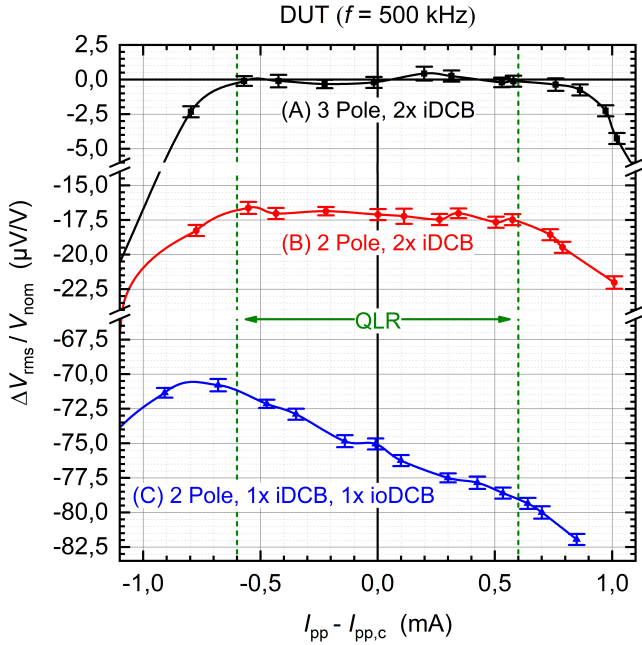


Abb. 5.8: Relative Abweichung in Abhängigkeit der am DUT eingestellten Pulse-Bias-Amplituden I_{pp} bei konstanter Signalfrequenz $f = 500 \text{ kHz}$ für Konfiguration A, B und C aus Abbildung 5.1. Die durchgezogenen Spline-Kurven dienen als Orientierungshilfe für den Leser. Die gestrichelten grünen Linien ($\pm 0,6 \text{ mA}$) zeigen den QLR. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Die Anzahl der Pole in der Legende bezieht sich auf das Hochpassverhalten der Feedthrough-Messabweichung.

chung ($-0,2 \pm 0,4$) $\mu\text{V/V}$. Die Variation von I_{pp} hat im Rahmen der statistischen Messunsicherheit im QLR keinen merklichen Einfluss auf die gemessene Spannung des DUT. Beim Verlassen des QLR beginnt die Anzahl der Josephson-Kontakte, die keinen perfekt quantisierten Spannungspuls pro einfallenden Strompuls produzieren, anzusteigen. Dementsprechend verteilt sich die Energie des Signals über mehrere Frequenz-Bins im Spektrum und die gemessene Amplitudenspannung sinkt (vgl. Abschnitt 4.2).

Die gemessene Schaltungsinduktivität L_{JJ} beträgt $10,8 \text{ nH}$. Zur Bestimmung des Feedthrough-Stroms $I_{\text{rms,FT}}$ bei $I_{\text{pp}} - I_{\text{pp,c}} = 0$ wird die Eingangsimpedanz des ADC auf 50Ω umgeschaltet. Um bei der Strommessung nahezu identische Streukapazitätsverhältnisse zu erhalten, wird die Mikrowellenübertragungsleitung direkt am unteren Ende der Probenstange mit der Ausgangsverkabelung des DUT verbunden. Der Wert für $I_{\text{rms,FT}}$ beträgt $0,7 \mu\text{A}$. Die Bestimmung des Phasenwinkels φ , die im folgenden Unterabschnitt detailliert geschildert ist, liefert für Konfiguration A einen Wert von $\varphi = (261 \pm 1)^\circ$. Aufgrund des resultierenden niedrigen parasitären Spannungsabfalls V_{err} und des günstigen Phasenwinkels ist die Feedthrough-Messabweichung im DUT hinreichend stark unterdrückt.

Als Konsistenzprüfung werden beide Systeme mit der ZC-Methode und minimaler Feedthrough-Messabweichung betrieben. In der Mitte des QLR beträgt die relative Abweichung $\Delta V_{\text{rms}}/V_{\text{nom}} = (1,1 \pm 0,4) \mu\text{V}/\text{V}$. Dementsprechend kann zusammenfassend gefolgert werden, dass in Konfiguration A beide Pulse-Bias-Methoden auf $(1,3 \pm 0,6) \mu\text{V}/\text{V}$ bis zu einer Signalfrequenz von 500 kHz übereinstimmen und die Feedthrough-Messabweichung in beiden Fällen hinreichend unterdrückt ist. Die erzeugte Spannung ist in dieser Konfiguration im QLR unabhängig von der Ansteuerung und erfüllt dementsprechend das Kriterium eines „wahren“ Quantennormals.

Mit der konventionellen Pulse-Bias-Methode und unter Verwendung von Konfiguration B für das DUT ergeben sich die in Abbildung 5.8 rot dargestellten Datenpunkte. Hierbei wird das 3 dB Dämpfungsglied vor dem ersten iDCB platziert. Dies führt zu einem einpoligen Hochpassfilter für den niederfrequenten Pulse-Bias-Strom. Die relative Abweichung in der Mitte des QLR beträgt nun $\Delta V_{\text{rms}}/V_{\text{nom}} = (-17,1 \pm 0,4) \mu\text{V}/\text{V}$. Der Wert für $I_{\text{rms,FT}}$ bei $I_{\text{pp}} - I_{\text{pp,c}} = 0$ erhöht sich auf $5,8 \mu\text{A}$. Erneut ist der induktive Spannungsabfall über L_{JJ} der im Modell dominierende Beitrag zur Feedthrough-Messabweichung. Der gemessene Phasenwinkel beträgt $\varphi = (177 \pm 1)^\circ$, d. h. der parasitäre Spannungsabfall ist nahezu gegenphasig zu V_{nom} . Dies wird in Abbildung 5.8 durch die Reduktion der gemessenen Spannung am DUT belegt.

In Abbildung 5.9 sind beide Messkurven aus Abbildung 5.8 mit signifikanten Abweichungen in Abhängigkeit von $I_{\text{rms,FT}}$ dargestellt. Die Werte für $I_{\text{rms,FT}}$ werden für jede Amplitudeneinstellung I_{pp} in der jeweiligen Konfiguration gemessen. Da in beiden Systemen der Beitrag des Kabel-Fehlers identisch und die Feedthrough-Messabweichung im REF hinreichend unterdrückt ist, zeigt die rote Messkurve in Abbildung 5.9 direkt die Feedthrough-Messabweichung des DUT in Abhängigkeit des verursachenden Stroms. Mit zunehmendem $I_{\text{rms,FT}}$ erhöht sich der induktive Spannungsabfall und aufgrund des Phasenwinkels sinkt die gemessene Spannung am DUT. Das Resultat ist eine lineare Schräge mit negativer Steigung $m \approx -I\omega L$, i. a. W. die gemessene Spannung des pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormals ist selbst im Quantisierungsbereich nicht unabhängig von der Ansteuerung. Die Feedthrough-Messabweichung muss für $I_{\text{rms,FT}} = 0$ verschwinden. Daraus folgt, dass nach dem Modell die Steigung einer linearen Anpassung der Datenpunkte im QLR durch den Ursprung einer effektiven parasitären Impedanz bzw. Induktivität entspricht. Aus dem linearen Fit der roten Datenpunkte in Abbildung 5.9, ergibt sich für $V_{\text{nom}} = 10 \text{ mV}$ eine Impedanz von $29,5 \text{ m}\Omega$. Bei 500 kHz entspricht dies einer Induktivität von $9,4 \text{ nH}$, in angemessener Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert für die Schaltungsinduktivität von $L_{\text{JJ}} = 10,8 \text{ nH}$.

Für die blauen Messkurven in Abbildung 5.8 und Abbildung 5.9 wird das DUT in Konfiguration C betrieben. Ein iDCB ersetzt den zweiten iDCB am Kopf der Probenstange. Dies repräsentiert typischerweise die standardmäßige Konfiguration eines pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormals. Die Kapazität $C_{\text{oDCB}} = 50 \text{ pF}$ im Außenleiter des iDCB ist in vielen Messaufbauten notwendig, um Erdschleifen zu vermeiden, bspw. im Fall mehrerer parallel betriebener, in Serie geschalteter Josephson-Schaltungen zur Erhöhung der gesamten Ausgangsspannung [30, 97–99]. Die relative Abweichung in der Mitte des QLR beträgt

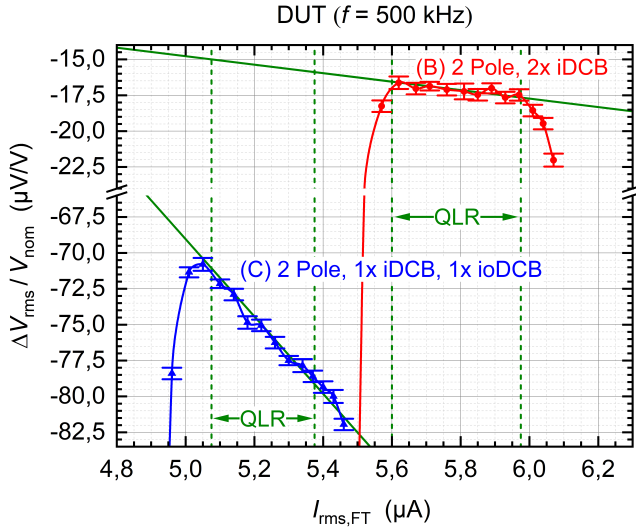


Abb. 5.9: Relative Abweichung des DUT aus Abbildung 5.8 in Abhängigkeit von $I_{\text{rms,FT}}$ für Konfiguration B und C. Die durchgezogenen Spline-Kurven in rot und blau dienen als Orientierungshilfe für den Leser. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Der QLR ist durch die gestrichelten grünen Linien gekennzeichnet. Die durchgezogenen grünen Linien stellen lineare Anpassungen $y = m \cdot x + y_0$ der Datenpunkte im QLR mit festen Werten $y_0 = 0$ (rot) und $y_0 = 65 \mu\text{V/V}$ (blau) dar. Die Anzahl der Pole in der Legende bezieht sich auf das Hochpassverhalten der Feedthrough-Messabweichung.

$\Delta V_{\text{rms}} / V_{\text{nom}} = (-75,0 \pm 0,4) \mu\text{V/V}$ und die lineare Steigung ändert sich signifikant. In dieser Konfiguration treten zwei Effekte auf, die im Folgenden erörtert werden.

Zunächst beeinflusst das Hinzufügen von C_{oDCB} die Signalübertragung im Messkreis aufgrund des komplexen Netzwerks aus verteilten parasitären Streukapazitäten. Dies führt zu einem Unterschied der Kabel-Fehler beider Systeme oder i. a. W. zur Änderung der Impedanz in der Masseverbindung des DUT. Die gemessene Ausgangsspannung des DUT ist im Vergleich zum REF erhöht, selbst in Abwesenheit der Feedthrough-Messabweichung. Die Simulationsergebnisse bestätigen den Effekt. Nach Berücksichtigung von C_{oDCB} in der Simulation erhöht sich die Amplitude des DUT deutlich. Daher sind alle blauen Datenpunkte in Abbildung 5.8 und Abbildung 5.9 um einen signifikanten Fehlerbeitrag in positiver y -Richtung verschoben. Diese Verschiebung y_0 muss in der linearen Anpassung berücksichtigt werden. Um den Effekt quantitativ zu bestimmen, erfolgt der Vergleich beider Systeme in Konfiguration A (vgl. schwarze Messkurve in Abbildung 5.8) mit minimaler Feedthrough-Messabweichung. Nach Austausch des zweiten iDCB durch einen ioDCB im REF lässt sich aus der resultierenden Änderung für y_0 eine positive Verschiebung von $65 \mu\text{V/V}$ experimentell ableiten.

Des Weiteren beeinflusst C_{oDCB} den elektrischen Pfad von I_{FT} zurück zum Massepotential. I_{FT} teilt sich auf und fließt über verschiedene parasitäre Impedanzen und Streukapazitäten zurück zur Quelle. Dies ist in Abbildung 5.1 durch rote Pfeile veranschaulicht. Im vorliegenden Modell sind drei dominante Streukapazitäten berücksichtigt, gemessen zu $C_{\text{S1}} \approx 80 \text{ pF}$, $C_{\text{S2}} \approx 130 \text{ pF}$ und $C_{\text{S3}} \approx 140 \text{ pF}$. C_{S1} ist die Kapazität zwischen Probenstangen-Gehäuse auf Massepotential und dem Außenleiter des Koaxialkabels, das für die Bestimmung des QLR genutzt wird. Dieses Kabel findet keine Verwendung beim Vergleich beider Systeme, ist aber trotzdem mit der Josephson-Schaltung verbunden. C_{S2} ist die Streukapazität der Ausgangsverkabelung, die das DUT mit dem Schalter-Eingang verbindet. C_{S3} berücksichtigt den Kapazitäts-Beitrag aufgrund der Verkabelung vom Schalter-Ausgang bis zum ADC. Die Gesamtkapazität der Messschaltung zum Massepotential beträgt $C_{\text{tot}} = C_{\text{S}} + C_{\text{oDCB}} = 400 \text{ pF}$. Zusätzlich zur Verdrahtungs-induktivität L_{JJ} werden zwei weitere dominante parasitäre Induktivitäten L_{F} und L_{SW} in der Masseseite des Messkreises berücksichtigt. Die Filterinduktivität $L_{\text{F}} \approx 80 \text{ nH}$ beinhaltet einen Induktivitätsbeitrag von schätzungsweise 20 nH entlang der Verbindung bis zum Koaxialkabelschirm. Die On-Chip-Filterinduktivität stimmt nach Überprüfung mit einem hochpräzisen LCR -Messgerät mit dem nominellen Wert überein. Der Schalter besitzt im Modell ebenfalls einen Induktivitätsbeitrag L_{SW} , da die elektrischen Hin- und Rückleitungen auf der Schaltungsplatine in paralleler, nicht-koaxialer Struktur verlaufen. Die Messung ergibt $L_{\text{SW}} \approx 80 \text{ nH}$. In dieser Betrachtung sind die Shunt-Widerstände der Filterspulen und der masseseitige DC-Widerstand der Ausgangsverkabelung vernachlässigt. Das Verhältnis der Streukapazitäten bestimmt den Stromfluss von I_{FT} . Demnach wird der parasitäre Spannungsabfall V_{err} verursacht durch eine effektiv wirksame parasitäre Induktivität:

$$L_{\text{eff,p}} \approx L_{\text{JJ}} + \frac{C_{\text{S2}} + C_{\text{S3}}}{C_{\text{tot}}} L_{\text{F}} + \frac{C_{\text{S3}}}{C_{\text{tot}}} L_{\text{SW}} \quad (5.7)$$

Mit den genannten Werten ergibt sich $L_{\text{eff,p}} = 93 \text{ nH}$. Eine lineare Anpassung der blauen Datenpunkte innerhalb des QLR (vgl. Abbildung 5.9) liefert eine Induktivität von 86 nH , in guter Übereinstimmung mit dem aus Gl. (5.7) berechneten Wert.

5.6.2 Phasenwinkelbestimmung

Die Ergebnisse des vorherigen Unterabschnitts zeigten unter anderem, dass der Einfluss des parasitären Spannungsabfalls auf die Nominalamplitude stark abhängig vom Phasenwinkel φ zwischen beiden Spannungen ist. Für einen orthogonalen Phasenwinkel ergibt sich ein minimaler und für eine gleich- bzw. gegenphasige Beziehung eine maximale Feedthrough-Messabweichung. Dementsprechend können für bspw. einen Wert von $V_{\text{err}}/V_{\text{nom}} = 100 \mu\text{V}/\text{V}$, Amplitudenabweichungen zwischen $\pm 100 \mu\text{V}/\text{V}$ und $5 \text{ nV}/\text{V}$ abhängig von φ auftreten.

Das Messprinzip zur Phasenwinkelbestimmung ist an Referenz [89] angelehnt, mit dem Unterschied, dass beide Josephson-Schaltungen bei $4,2 \text{ K}$ über einen supraleitenden Draht (vgl. Abschnitt 4.4) und nicht bei Raumtemperatur in Serie geschaltet werden. Der schematische Messaufbau und das Messprinzip sind in

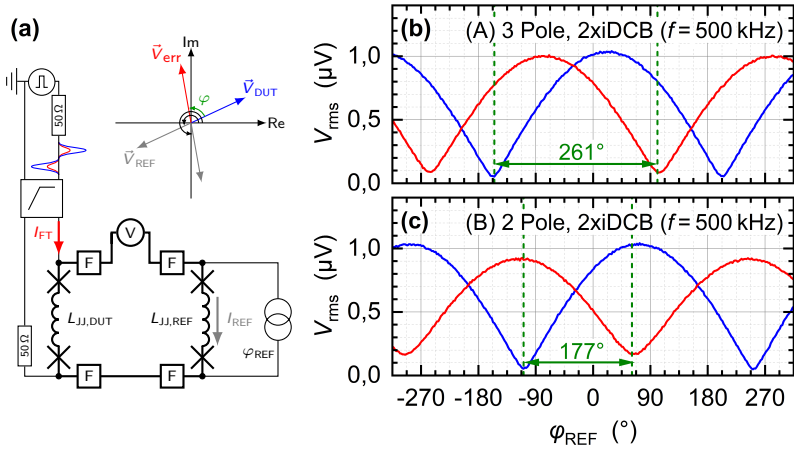


Abb. 5.10: Messaufbau zur Bestimmung des Phasenwinkels φ zwischen dem parasitären Spannungsabfall \vec{V}_{err} und dem Spannungssignal \vec{V}_{DUT} . In (a) wird eine zeitliche synchronisierte Stromquelle genutzt, um eine Referenzspannung \vec{V}_{REF} (grau) mit variablem Phasenwinkel φ_{REF} zu erzeugen. Durch Anpassen der Pulse-Bias-Amplituden kann die Phasenlage von \vec{V}_{err} und \vec{V}_{DUT} unabhängig voneinander und relativ zu \vec{V}_{REF} bestimmt werden. In (b) und (c) ist der Verlauf der am ADC detektierten resultierenden RMS-Amplitude zwischen \vec{V}_{REF} und \vec{V}_{DUT} (blau) bzw. \vec{V}_{err} (rot) in Abhängigkeit von φ_{REF} für Konfiguration A bzw. B dargestellt.

Abbildung 5.10 (a) dargestellt. Eine potentialfreie Stromquelle schickt einen Referenzstrom I_{REF} bei 500 kHz über die Verdrahtungsinduktivität des REF-Systems $L_{\text{JJ,REF}}$. Durch zeitliche Synchronisation der Stromquelle mit dem restlichen Aufbau (DUT PPG, ADC) kann das induktive Spannungssignal \vec{V}_{REF} mit justierbarer Amplitude und Phasenwinkel φ_{REF} als Referenzsignal genutzt werden.

Das DUT erzeugt in der jeweiligen Konfiguration (A bzw. B/C) zunächst ein zweites Spannungssignal \vec{V}_{DUT} bei 500 kHz. Die nominelle Josephson-Spannung ist nahezu in Phase mit der am ADC detektierten Spannung \vec{V}_{DUT} , da das relative Verhältnis zwischen parasitärem Spannungsabfall und Nominalspannung ca. 1 : 1000 beträgt. Der ADC misst die resultierende RMS-Amplitude V_{rms} beider überlagerter Spannungssignale \vec{V}_{DUT} und \vec{V}_{REF} in Abhängigkeit des eingestellten Referenzphasenwinkels φ_{REF} , d. h. die gemessene RMS-Amplitude am ADC erfährt ein Minimum für einen Phasenwinkel von 180° zwischen beiden Signalen.

Im nächsten Schritt werden die Pulse-Bias-Amplituden um ca. 50 % reduziert, um das DUT auf der nullten Shapiro-Stufe zu betreiben (Quantenzustand $n = 0$). In diesem Zustand lösen die Strompulse keinen Flussquantentransfer aus. Der in seiner Amplitude reduzierte Feedthrough-Strom I_{FT} fließt dennoch über die parasitären Impedanzen im Messkreis und verursacht das Spannungssignal \vec{V}_{err} . Erneut wird mit Hilfe \vec{V}_{REF} das resultierende Gesamtsignal in Abhängigkeit von φ_{REF} gemessen. Aus der Differenz der detektierten Minima beider Messungen ergibt sich der Phasenwinkel φ zwischen \vec{V}_{err} und \vec{V}_{nom} .

Um die Sensitivität am Punkt der Auslöschung zu erhöhen, werden alle drei detektierten RMS-Amplituden auf einen Wert von ca. $0,5 \mu\text{V}$ angepasst. Das stark reduzierte Spannungssignal \tilde{V}_{DUT} hat denselben Phasenwinkel wie das Signal bei 10 mV . Um die RMS-Amplitude von \tilde{V}_{err} nach der Hochpassfilterung individuell anzupassen, werden Pulsmuster mit unterschiedlichen nominellen RMS-Amplituden berechnet und in den Speicher des PPG geladen. Da I_{FT} mit zunehmender nomineller Amplitude skaliert, kann so \tilde{V}_{err} ebenfalls auf eine RMS-Amplitude von ca. $0,5 \mu\text{V}$ bei der Phasenwinkelbestimmung angepasst werden. Die Ergebnisse für Konfiguration A und B sind in Abbildung 5.10 (b) bzw. (c) dargestellt. Während den Messungen wird φ_{REF} in Schritten von 1° variiert. In Konfiguration C ist der Phasenwinkel φ auch den Erwartungen entsprechend dominant gegenphasig. Im Gegensatz zu Konfiguration B bzw. der Messung aus Unterabschnitt 5.6.1 erhöht sich die Amplitude von \tilde{V}_{err} stark, da I_{FT} im modifizierten Messaufbau nun zusätzlich über zwei weitere On-Chip-Filter- und eine weitere Verdrahtungsinduktivität fließt.

Messungen für Konfiguration A mit einem 1 dB und 6 dB Dämpfungsglied anstelle der 3 dB liefern Werte von $\varphi = (244 \pm 1)^\circ$ und $(267 \pm 1)^\circ$. Mit zunehmender Dämpfung verringert sich der Parallelwiderstand des ersten Hochpassfilterpols und führt zur Erhöhung der Grenzfrequenz des gesamten Hochpassfilters. Dies resultiert zum Einen in einer stärkeren Filterung des niederfrequenten Pulse-Bias-Stroms und zum Anderen in einem günstigeren Phasenwinkel. Aufgrund der baugleichen Kapazitäten bewirkt eine Serienschaltung mehrerer iDCB (bspw. am Probenstangenkopf) nur marginale Verbesserung der Filtereigenschaften. Die Dämpfung bzw. Filterung kann aus technischen Gründen (Breite des QLR, limitierte Verstärkung des Pulse-Bias-Stroms) jedoch nicht beliebig hoch gewählt werden, sodass ein Wert von -3 dB einen sehr guten Kompromiss zwischen minimaler Feedthrough-Messabweichung und bestmöglicher Funktionalität der Josephson-Spannungsrauschquelle im aktuellen Messaufbau darstellt.

5.6.3 Frequenzabhängigkeit

Die Frequenzabhängigkeit der Feedthrough-Messabweichung von 10 kHz bis 500 kHz ist in Abbildung 5.11 für alle drei Konfiguration dargestellt. I_{FT} skaliert linear mit der Signalfrequenz für beide einpoligen Hochpassfilter-Konfigurationen B und C. Die entsprechende Feedthrough-Messabweichung zeigt nach dem Modell eine quadratische Frequenzabhängigkeit. Hier sei noch einmal hervorgehoben, dass in Konfiguration C, dargestellt durch die blauen Dreiecke, der positive Kabel-Fehler ($65 \mu\text{V/V}$ bei 500 kHz) der negativen Feedthrough-Messabweichung überlagert ist. Beide Fehlerbeiträge skalieren quadratisch mit der Frequenz. Dementsprechend ergibt sich für die Superposition beider Beiträge ebenfalls eine quadratische Frequenzabhängigkeit. In Konfiguration A (schwarze Rechtecke) folgt die Feedthrough-Messabweichung einem dreipoligen Hochpassverhalten und sollte dementsprechend eine kubische Frequenzabhängigkeit besitzen. Die Residuen, dargestellt in Abbildung 5.11 nach Korrektur der rein-quadratischen Frequenzabhängigkeit für Konfiguration B, C bzw. ohne Korrektur für Konfiguration A, liegen alle innerhalb von $\pm 0,5 \mu\text{V/V}$. Es kann keine klare Abhängigkeit höherer Ordnung beobachtet werden.

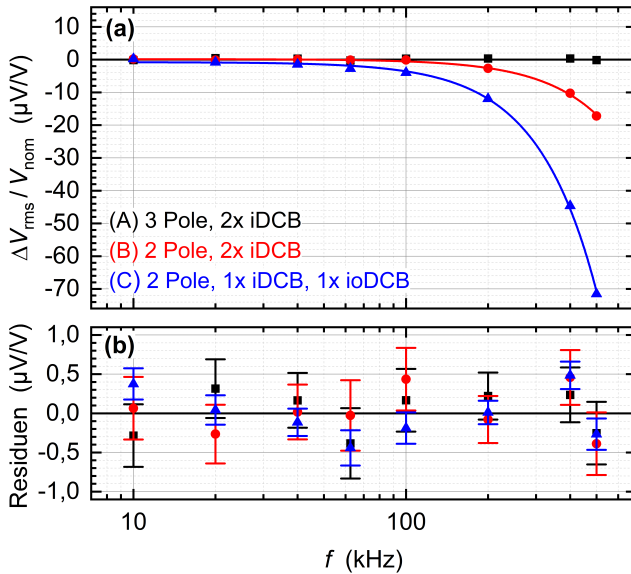


Abb. 5.11: Frequenzabhängigkeit der relativen Abweichung zwischen beiden JAWS unter Verwendung der DUT-Konfigurationen A, B und C. Die durchgezogenen Linien in (a) repräsentieren rein-quadratische Korrekturfunktion der farbigen Datenpunkte. Die korrespondierenden Residuen sind in (b) dargestellt. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Die Anzahl der Pole in der Legende bezieht sich auf das Hochpassverhalten der Feedthrough-Messabweichung.

6 Kalibrierung kritischer Rauschthermometerkomponenten

Im nachfolgenden Kapitel werden quantenbasierte Mehrtonwellenformen von der Josephson Spannungsrauschquelle synthetisiert, um kritische Rauschthermometerkomponenten im Bereich von 8 kHz und 240 kHz bei erhöhten Spannungsrauschpegeln zu kalibrieren. Der Signalpfad umfasst einen 24-Bit Sigma-Delta-ADC und einen Prototyp-Verstärker für das neue PTB-Rauschthermometer. Die verwendeten Wellenformen bestehen aus ungeraden Harmonischen der Pulsmuster-Wiederholungsfrequenz f_p mit wachsendem Tonabstand. Für speziell ausgewählte Tonfrequenzen kann der Einfluss durch Intermodulationsverzerrungen (engl. intermodulation distortion, IMD) während der Kalibrierung minimiert werden. Nach einer detaillierten Beschreibung der Kalibrierung wird der Signalpfad mit verzerrungsarmen und konventionellen Mehrtonwellenformen kalibriert. Verstärkungs-nichtlinearitäten besser als $\pm 2 \mu\text{V/V}$ bei RMS-Eingangs-Rauschpegeln von $9,7 \mu\text{V}$ bis $465 \mu\text{V}$ werden experimentell demonstriert. Des Weiteren wird der Einfluss von Dither und Offsetspannung auf die Nichtlinearität des ADC untersucht. Die Ergebnisse des nachfolgenden Kapitels sind in [100] veröffentlicht.

6.1 Messaufbau und Datenerfassung

Abbildung 6.1 zeigt ein Schema des Messaufbaus. Im Gegensatz zum vorherigen Kapitel wird im Folgenden nur eine Schaltung mit 6000 Josephson-Kontakten (DUT aus Kapitel 5) verwendet. Die Komponentenkette bei Raumtemperatur bestehend aus einem iDCB, Mikrowellenkabel, 3 dB Dämpfungsglied und einem ioDCB verbindet den PPG mit dem Probenstangenkopf. Ein weiterer ioDCB befindet sich nach der Durchführung der Mikrowellenleitung im Inneren der Probenstange. Der Außenleiter der Durchführung ist elektrisch leitend mit dem Probenstangengehäuse verbunden. Wenn die Josephson-Schaltung direkt über die Mikrowellenleitung geerdet ist, zeigen Messungen mit dem breitbandigen Verstärker vermehrt Störungen. Die Trennung dieser Verbindungen mit Hilfe der zwei ioDCB eliminiert diese Störquelle und erlaubt zudem den Netzbetrieb des ADC. Des Weiteren bildet die Anordnung der Komponenten einen zweipoligen Hochpassfilter für den Pulse-Bias-Strom und reduziert den Feedthrough-Strom I_{FT} signifikant.

Zwei analoge On-Chip-Tiefpassfilter, ein 51Ω Chipwiderstand, ein Koaxialkabel innerhalb der Probenstange ($l \approx 0,85 \text{ m}$) und ein RG58-Koaxialkabel ($l \approx 0,70 \text{ m}$) verbinden das Signal der Josephson-Schaltung mit dem restlichen Signalpfad. Dieser besteht aus einem batteriebetriebenen Prototyp-Verstärker für das zukünftige PTB-Rauschthermometer und dem National Instruments 5922 ADC. Der PTB-Verstärker wurde konzipiert für minimales Rauschen und minimale Verzerrung mit einer nominellen Verstärkung von 350,95 und einer 3 dB-Bandbreite von 15 MHz [101]. Der ADC und der PPG sind über eine optisch-isolierte 10 MHz Referenz synchronisiert. Nach umfangreichen Messungen stellt der in Abbildung 6.1 illustrierte Messaufbau die beste Abschirmkonfiguration gegenüber EMI für die nachfolgenden Untersuchungen dar (vgl. Abschnitt 3.3). Zur Überlagerung einer Offsetspannung V_{DC} in Unterabschnitt 6.7.2 wird das Spannungssignal optional

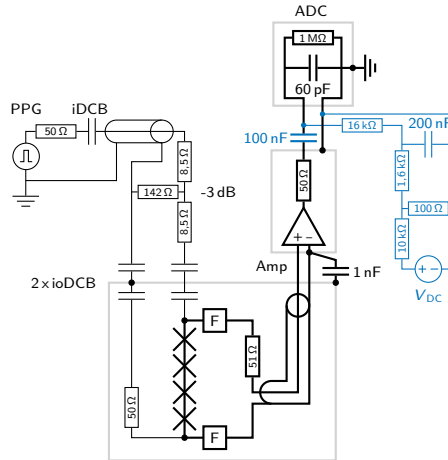


Abb. 6.1: Schematische Darstellung des Messaufbaus. Die Mikrowellen-Übertragungsleitung für den Pulse-Bias-Strom (dünne Linien) vom PPG zur Josephson-Schaltung und die Ausgangsverkabelung (dicke Linien) zum Verstärker und ADC sind skizziert. Das Symbol F kennzeichnet die On-Chip-Tiefpassfilter. Die Masseseite des PPG und ADC befinden sich auf Erdpotential. Die hellgrauen Rechtecke zeigen die metallischen Abschirmungen und die schwarzen Punkte die elektrischen Verbindungen zu den Gehäusen. Für Messungen ohne Verstärker wird der 1 nF-Filterkondensator entfernt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die optischen Verbindungen für die Synchronisation und Datenübertragung, sowie die Batteriever-sorgung des Verstärkers nicht dargestellt. Die mit dem ADC-Eingang verbundenen Komponenten (blau) werden optional im Messaufbau zur AC-Kopplung des Signals bzw. zur Einspeisung einer Offsetspannung V_{DC} in Unterabschnitt 6.7.2 eingebaut.

am ADC-Eingang hochpassgefiltert und zusätzlich mit einer Gleichspannungsquelle verbunden. Der Tiefpassfilter in der Zuleitung dient dabei zur Unterdrückung höherfrequenter Störung und der Spannungsteiler zur Verringerung des Rauschbeitrags der Quelle.

Im Verlauf der Messkampagne dieses Kapitels sind kleinere Anpassungen des Messaufbaus erfolgt. Diese werden explizit im Fließtext oder der Bildunterschrift erwähnt. Um den Leser vorab einen Überblick über die Änderungen zu geben: In Abbildung 6.7 und Abbildungen 6.8 (b) bis 6.12 messen beide ADC-Kanäle (0 und 1) dasselbe, parallel an beide Kanaleingänge angeschlossene Signal. Für alle verbleibenden Abbildungen wird nur ein ADC-Kanal verwendet und das Signal ist über die Ausgangsverkabelung zum Kanaleingang verbunden. Die Verwendung eines Dither-Signals, das ausführlich in Abschnitt 6.7 erläutert wird, erfolgt nur in Abbildung 6.8, Abbildung 6.13 (b) und Abbildung 6.14 zur Verbesserung der Signalverstärkungslinearität.

Um die Stabilität der Signalverstärkung G_0 sowohl mit als auch ohne Verstärker zu überprüfen, erfolgt zunächst eine Analyse der Allan-Abweichung. Die momentane Verstärkung wird aus dem angelegten Kalibriersignal der Josephson-Span-

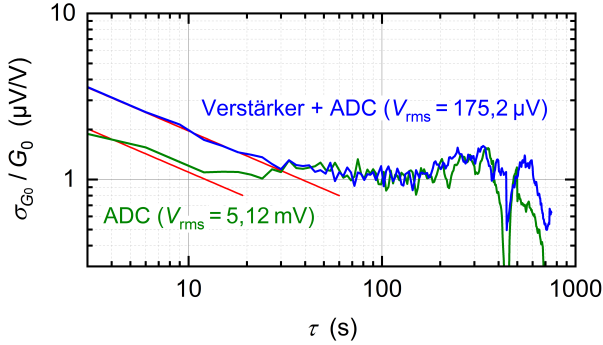


Abb. 6.2: Allan-Abweichung σ_{G_0} normiert auf die Signalverstärkung G_0 in Abhängigkeit der Messzeit τ . Die eingangsbezogene RMS-Signalamplitude der Mehrtonwellenform ist $V_{\text{rms}} = 175,2 \mu\text{V}$ mit und $5,12 \text{ mV}$ ohne Verstärker. Die roten Geraden zeigen den zu erwartenden Verlauf für statistisch-unkorreliertes Verhalten (weißes Rauschen).

nungsrauschquelle ermittelt (genauere Details in Abschnitt 6.5). Abbildung 6.2 zeigt die relative Allan-Varianz σ_{G_0}/G_0 in Abhängigkeit der Messzeit τ . Die eingangsbezogene RMS-Signalamplitude beträgt $V_{\text{rms}} = 175,2 \mu\text{V}$ mit und $5,12 \text{ mV}$ ohne Verstärker. In beiden Fällen sättigt die Allan-Deviation und demnach die erreichbare statistische Standardunsicherheit nach $\tau \approx 100 \text{ s}$ bei etwa $1 \mu\text{V/V}$. Dementsprechend scheint der in allen nachfolgenden Messungen verwendete ADC im gegenwärtigen (vorläufigen) Messaufbau der limitierende Faktor zu sein.

Diese Limitierung kann durch geschickte Programmierung umgangen werden. Im Gegensatz zu Abschnitt 5.3 vergleicht man nicht zwei identische Signale, synthetisiert von zwei getrennten pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormalen, sondern zwei unterschiedliche Signale generiert von ein und demselben System. Hierzu lädt man zwei unterschiedliche Pulsmuster in den Speicher des PPG. Durch das periodische Umschalten der Speicherbänke können zwei beliebige Signale mit beliebigen Signalamplituden in rascher Abfolge gemessen und Drift-Effekte sowie niederfrequente Verstärkungsschwankungen während des Vergleichs unterdrückt werden. Vor jeder Messung wird ein Stabilisierungszeitfenster von 100 ms eingefügt. Die Messdauer pro Signal beträgt je 1 s . Aus den Zeitdaten ermittelt man die spektralen Leistungsdichten S_V unter Verwendung einer Rechteck-Fensterfunktion mit einer Frequenzauflösung von 50 Hz bei einer Abtastrate $f_s = 1,5 \text{ MSa/s}$. Daraus ergeben sich 50 Spektren für jedes Sekunden-Intervall, deren Mittelwert in einer binären Datei zur weiteren Auswertung abgespeichert wird. Man vermeidet den spektralen Leakage-Effekt durch die Auswahl geeigneter Signalfrequenzen und einer kohärenten Signalabtastung. Die Abtastrate, Frequenzauflösung, $1 \text{ M}\Omega$ Eingangsimpedanz und der $\pm 1 \text{ V}$ Eingangsbereich des ADC bleiben für alle nachfolgenden Messungen unverändert. Die Unterschiede in der Daten-Auswertung bzw. dem Kalibrierungsverfahren im Vergleich zum digitalen Schaltkorrelator-JNT werden in Abschnitt 6.5 erörtert.

6.2 Betrieb der Josephson-Spannungsrauschquelle

Vor der Kalibrierung der Rauschthermometerkomponenten muss gewährleistet sein, dass die Josephson Spannungsrauschquelle im QLR operiert. Des Weiteren ist es ratsam, den Einfluss der Feedthrough-Messabweichung im vorliegenden, angepassten Messaufbau erneut zu überprüfen.

In Analogie zu Kapitel 5 wird die Untersuchung der Feedthrough-Messabweichung durch den Vergleich der konventionellen mit der ZC-Pulse-Bias-Methode durchgeführt. Die Berechnung der Pulsmuster einer 19 Ton Wellenform erfolgt mit einem Sigma-Delta-Modulator zweiter Ordnung für eine Taktfrequenz von 9 GHz. Aus Gl. (6.1) folgen die Tonfrequenzen der verwendeten Mehrtonwellenform im Bereich von 3,7 kHz bis 243,1 kHz (vgl. Tabelle 6.1). Für die Messungen dieses Abschnitts befindet sich der Verstärker nicht im Signalpfad. Zur Unterdrückung der ADC-Nichtlinearität besitzen beide Signale die gleichen Wechselspannungsamplituden. Unterschiedliche Offsetspannungen werden über einen 100 nF Kondensator am Eingang des ADC vermieden.

Das Kriterium für den ordnungsgemäßen Arbeitspunkt, d. h. die optimale Pulse-Bias-Amplitudeneinstellung wird in der Praxis von dritten und höheren Harmonischen relativ zum Rauschpegel des Spektrums abgeleitet. Unter Verwendung der ZC-Methode erfolgt zusätzliche eine Minimierung und Überprüfung des Feedthrough-Stroms durch Optimierung der Strompulsamplituden. Messungen zeigen, dass die maximal möglichen RMS-Wechselspannungsamplituden unter Voraussetzung eines zuverlässigen Betriebs des Systems 3,84 mV für die ZC-Methode und 5,12 mV für die konventionelle Pulse-Bias-Methode betragen.

Der Vergleich beider Pulse-Bias-Methoden erfolgt bei 3,84 mV durch periodisches Umschalten beider Speicherbänke. Abbildung 6.3 (a) zeigt die Abweichung pro Ton $\Delta V_{\text{rms},T} = V_{\text{konv},T} - V_{\text{ZC},T}$ normiert auf die nominelle Tonamplitude $V_{\text{nom},T}$ zwischen beiden Methoden. Da die ZC-Methode I_{FT} minimiert, stellen signifikante Abweichungen ein Indiz für eine Verfälschung der Amplitude durch die Feedthrough-Messabweichung dar. Beide Methoden stimmen innerhalb von $\pm 1,2 \mu\text{V/V}$ im gesamten Frequenzbereich überein. Der dominant quadratisch in der Frequenz skalierende Amplitudenfehler durch die Verkabelung ist in der Differenz nicht beobachtbar, weil das System gegen sich selbst verglichen wird. Die gewählte Anordnung der drei DCB und des 3 dB Dämpfungsglieds bilden einen zweipoligen Hochpassfilter für den Pulse-Bias-Strom. Dies resultiert in einer starken Reduktion von I_{FT} . Für beide Pulse-Bias-Methoden und alle Tonfrequenzen ergeben sich Werte von $I_{\text{rms},\text{FT}} \leq 15 \text{ nA}$. An dieser Stelle sei betont, dass im aktuellen Messaufbau der Feedthrough-Strom fast vollständig über die Masseseite der Ausgangsverkabelung und die darin enthaltenen parasitären Impedanzen zum Bezugspotential abfließt. Die Erkenntnisse aus Abschnitt 5.6 und die Ergebnisse zeigen, dass die Josephson-Spannungsrauschquelle unabhängig von der Pulse-Bias-Methode bis ca. 250 kHz keine signifikante Feedthrough-Messabweichung aufweist.

Zur Bestimmung des QLR wird die Pulse-Bias-Amplitudeneinstellung variiert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.3 (b) dargestellt. Hierbei wird der Spitze-Spitze-Strom zwischen positiver und negativer Pulsamplitude I_{pp} relativ zur QLR „zentrierten“ Amplitudeneinstellung $I_{\text{pp},c}$ verändert. Für die Abweichung pro Ton folgt $\Delta V_{\text{rms},T} = V_{\text{rms},T}(I_{\text{pp}}) - V_{\text{rms},T}(I_{\text{pp},c})$. Die Messung wird bei der maxima-

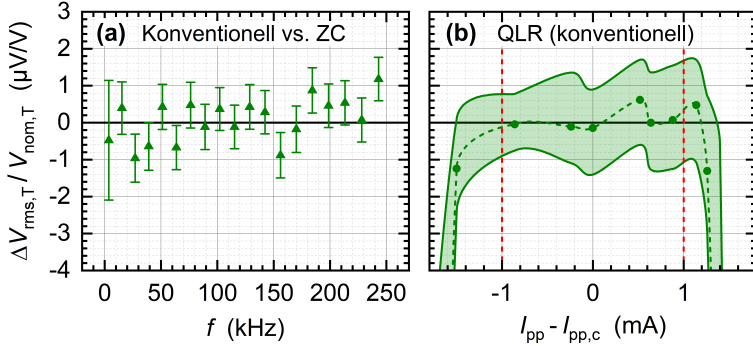


Abb. 6.3: Relative Abweichung pro Ton vom Nominalwert für eine Mehrtonwellenform mit 19 Tönen. Die RMS-Signalamplituden V_{rms} betragen (a) 3,84 mV und (b) 5,12 mV. Teilgrafik (a) zeigt den Vergleich zwischen konventioneller und ZC-Methode in Abhängigkeit der Tonfrequenz f bei konstanter Pulse-Bias-Amplitudeneinstellung I_{pp} . Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. In (b) wird die konventionelle Methode verwendet und das Signal bei variierten I_{pp} mit dem bei nominalen $I_{\text{pp,c}}$ verglichen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist die mittlere Abweichung aller 19 Töne durch grüne, mit einer Spline-Kurve verbundene Kreise dargestellt. Die minimalen und maximalen relativen Abweichungen pro Ton bestimmen die durch zwei grüne Spline-Kurven markierten Grenzen des grün schattierten Bereichs. Die gestrichelten roten Linien kennzeichnen den QLR.

len RMS-Signalamplitude von $V_{\text{rms}} = 5,12 \text{ mV}$ unter Verwendung der konventionellen Methode durchgeführt. Der Eingang des ADC ist dabei DC gekoppelt. Die relative Abweichung zeigt für $|I_{\text{pp}} - I_{\text{pp,c}}| \leq 1 \text{ mA}$ keine klare Abhängigkeit gegenüber der Amplitudeneinstellung und bleibt auf $\mu\text{V/V}$ -Niveau unabhängig der Tonfrequenz. Die Ergebnisse bestätigten den ordnungsmäßigen Betrieb des Systems im QLR. Es sei betont, dass der QLR mit abnehmender Signalamplitude typischerweise zunimmt. Zur Vereinfachung des Betriebs und zur Vermeidung einer großen DC-Offsetspannung werden alle Mehrtonwellenformen mit der konventionellen Pulse-Bias-Methode synthetisiert.

6.3 Einfluss von Nichtlinearität auf Rauschmessungen

Um die Idee hinter der DART-Kalibrierung mit verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen besser zu verstehen, befasst sich der nachfolgende Abschnitt mit dem Einfluss von Nichtlinearität auf Rauschmessungen. In Anlehnung an [102, 103] liegt hierbei ein Fokus auf dem wesentlichen Unterschied zwischen Pseudo und thermischen (weißen) Rauschen, insbesondere auf die gemessene PSD beider Rauschsignale. Theoretische und detailliertere Beschreibung der einzelnen Ursachen für Nichtlinearität im digitalen Schaltkorrelator-JNT kann den Referenzen [104–107] entnommen werden.

Die Grundidee des bisherigen Ansatzes im Schaltkorrelator-Design liegt in der Anpassung des Referenzspannungsrauschen bzw. Pseudo-Rauschen an das Verhalten von „echtem“ weißen Rauschen des Sensorwiderstands hinsichtlich der Punkte

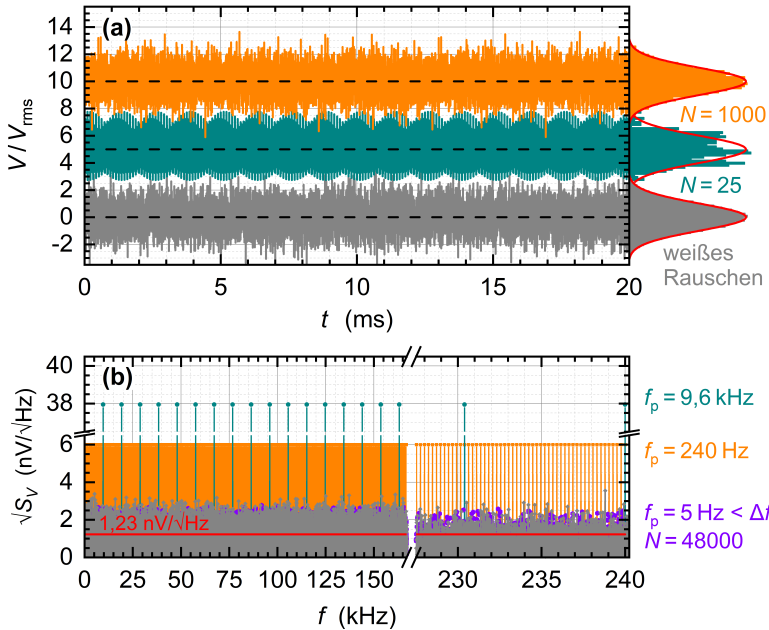


Abb. 6.4: Theoretischer Vergleich verschiedener Rauschsignale. In (a) ist der normierte, berechnete zeitliche Verlauf von weißem und Pseudo-Rauschen mit unterschiedlicher Tonanzahl N und $V_{\text{rms}} = 0,6 \mu\text{V}$ skizziert. Beide Wellenformen mit $N = 25$ und 1000 sind in positiver y-Richtung verschoben. Die drei roten Linien repräsentieren Gauß-Fit-Funktionen der jeweiligen Amplitudenverteilung. In (b) sind die momentanen spektralen Amplitudendichten $\sqrt{S_V}$ der Signale aus (a) dargestellt. Die lila Datenpunkte skizzieren den Fall $f_p = 5$ Hz und $N = 48000$, d. h. der Abstand der Töne ist kleiner als die spektrale Auflösung $\Delta f = 10$ Hz. Die rote Linie zeigt den Rauschpegel für $R = 100 \Omega$ und $T = 273,16$ K.

Frequenzgang und Nichtlinearität. Der erste Aspekt kann durch Impedanzanpassung der Josephson-Spannungsrauschquelle an den thermischen Sensorwiderstand realisiert werden. Die damit einhergehende Erhöhung der nutzbaren Messbandbreite resultiert in einer Verkürzung der Messzeit. Da Nichtlinearität im Rauschthermometer bis zu einem gewissen Grad unvermeidbar ist, folgen zur Erfüllung des zweiten Aspekts Bedingungen an die Wellenform und den Rauschpegel des Referenzspannungsrauschens [107].

Typischerweise besteht das Pseudo-Spannungsrauschen zur Kalibrierung der JNT-Elektronik aus einer Mehrtonwellenform mit N Harmonischen einer einzelnen sinusförmigen Grundschwingung. Der Grundton ist definiert durch die Pulsmuster-Wiederholungsfrequenz f_p . Alle Töne besitzen die gleiche Amplitude und einen „zufällig“ gewählten Phasenwinkel [44, 53]. Bei hinreichend großer Anzahl an Tönen (typischerweise $N > 1000$) und zufälliger Wahl der Phasenwinkel ähneln sich beide Rauschsignaltypen im Zeitbereich. Zur Veranschaulichung ist in Abbil-

dung 6.4 (a) der berechnete zeitliche Verlauf drei verschiedener Rauschsignale mit identischer RMS-Amplitude $V_{\text{rms}} = 0,6 \mu\text{V}$ dargestellt. Die gewählte Amplitude entspricht in etwa dem thermischen Rauschen eines 100Ω Widerstands am Tripelpunkt von Wasser innerhalb einer Messbandbreite von 250 kHz. Mit zunehmender Anzahl an Tönen nähert sich die Amplitudenverteilung des Pseudo-Rauschens der Gaußverteilung des weißen Rauschsignals an.

Die PSD der Referenz kann im Frequenzbereich über die Tonamplituden- und dichte angepasst werden. Die maximal mögliche Tondichte bzw. minimale Grundfrequenz wird durch die Taktfrequenz des PPG und dessen Speicher limitiert. Für den aktuellen Aufbau ergibt sich $f_p = 9 \text{ GHz} / 2^{28} \approx 33,5 \text{ Hz}$. Aufgrund dieser Begrenzung konzentriert sich die Leistung des Pseudo-Rauschens im Gegensatz zu thermischem Rauschen nur auf die Frequenz-Bins der Kalibrierungstöne. Im Fall von „echtem“ weißem Rauschen verteilt sich die Leistung in der betrachteten Bandbreite gleichmäßig auf alle Frequenz-Bins der Breite Δf . Bei gleicher Nichtlinearität und effektiven Rauschamplituden zeigen mathematische Herleitungen, dass der Einfluss auf Pseudo-Rauschen sich dem des thermischen Rauschens für zunehmende Tondichte annähert und somit beim Vergleich beider PSD unterdrückt wird. Diese Bedingungen resultieren aus der Annahme, dass Nichtlinearität bei gleicher spektraler Verteilung beider Eingangssignalamplituden zu identischen nichtlinearen Verzerrungen führt [45]. Zur Veranschaulichung zeigt Abbildung 6.4 (b) die Quadratwurzel der PSD bzw. die momentane spektrale Amplitudendichte $\sqrt{S_V}$ (engl. linear spectral density, LSD) der drei Rauschsignale mit identischer Amplitude aus Teilgrafik (a). Angenommen der minimale Tonabstand ist technisch nicht limitiert (schematisch angedeutet durch lila Datenpunkte in Abbildung 6.4), verbleibt dennoch ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Rauschtypen.

Vor der weiteren Diskussion erfolgt zuerst eine Klassifizierung nichtlinearer Verzerrungsbeiträge. Nichtlinearität der Elektronik, bspw. des Verstärkers führt zur Verzerrung des Ausgangssignals. Im Folgenden liegt der Fokus auf IMD, d. h. der Entstehung neuer Frequenzen im Ausgangssignal. Dabei approximiert man den Einfluss der Nichtlinearität üblicherweise als Taylor-Reihe. In der Kommunikationstechnik werden dann die generierten IMD-Beiträge einer Nichtlinearität der k -ten Ordnung typischerweise in zwei Klassen unterteilt [108]:

- *Harmonische k -ter Ordnung*: Vielfache der selben Eingangsfrequenz (harmonische Verzerrung)
- *Intermodulationsprodukte k -ter Ordnung*: Summe / Differenz aus verschiedenen Eingangsfrequenzen (Intermodulationsverzerrung)

Bei der nachfolgenden Betrachtung von Pseudo-Rauschen bzw. Mehrtonwellenformen sei hervorgehoben, dass der Begriff IMD Harmonische als „spezielle“ Art von Intermodulationsprodukten beinhaltet. Eine geeignetere Klassifizierung kann [109] entnommen werden. Demnach lassen sich IMD-Beiträge erzeugt durch Nichtlinearität gerader und ungerader Ordnung in Typ I und Typ II klassifizieren:

- *Typ I*: Kombination von Paaren identischer positiver und negativer Frequenzen f_i (Nichtlinearität gerader Ordnung, Effekt auf DC-Komponente) bzw. in zusätzlicher Kombination zu einer anderen Frequenz f_j (Nichtlinearität ungerader Ordnung, Effekt auf f_j -Komponente)

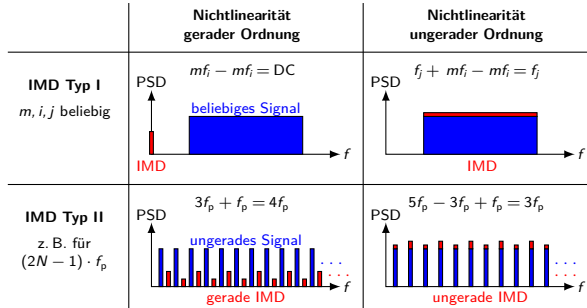


Abb. 6.5: Schematischer Überblick über Typ I und Typ II IMD in Abhängigkeit der Nichtlinearitätsordnung. Im Gegensatz zu Typ I, kann die relative Lage der Typ II Beiträge durch die Wahl der Tonfrequenzen beeinflusst werden. Dies ist exemplarisch für eine Wellenform bestehend aus ungeraden Harmonischen von f_p gezeigt. Hier fallen Typ II IMD-Beiträge gerader Ordnung nicht auf Tonfrequenzen. (Eigene Darstellung nach [109])

- *Typ II:* Summe der verbleibenden IMD-Beiträge

Daraus folgt, dass die Zahl der Typ I Beiträge nur von der Nichtlinearitätsordnung und Tonanzahl abhängt. Eine Verschiebung der Eingangsfrequenzen hat keinen Einfluss auf die relative Lage dieser Beiträge. Der Sachverhalt ist schematisch in Abbildung 6.5 illustriert. Diese IMD-Produkte beschreiben im Wesentlichen die Amplitudenabhängigkeit des Ein- und Ausgangssignals, i. a. W. der Signalverstärkung. Ein intuitives Beispiel ist die Verstärkungs-Kompression bei großer Aussteuerung eines Analogverstärkers. Typ II Beiträge hängen hingegen von den spezifischen Eingangsfrequenzen ab. Durch geschickte Wahl der Wellenform kann der Einfluss auf die Eingangstonamplituden minimiert werden [109]. Das Beispiel eines Frequenzkamms, bestehend aus ungeraden Harmonischen von f_p in Abbildung 6.5, ist bewusst zum besseren Verständnis der nachfolgenden Diskussion illustriert.

Zur Vereinfachung wird zunächst nur ein momentanes Spektrum von weißem und Pseudo-Rauschen mit infinitesimalen Tonabstand betrachtet. Ohne Nichtlinearität ist das Rauschen in einem einzelnen Frequenz-Bin unkorreliert zu den verbleibenden Bins. Im JNT hingegen verursacht Nichtlinearität der Messelektronik IMD und beeinflusst somit die Messung. Ein Anteil der IMD-Produkte der verbleibenden Bins fallen auf den betrachteten Frequenz-Bin und ändern den gemessenen PSD-Wert. Diese Verfälschung hängt von den Phasenwinkeln und Amplituden aller beitragender IMD-Produkte relativ zum betrachteten Bin ab, d. h. gegenphasige IMD-Produkte können sich zum Teil auch kompensieren. Der PSD-Fehler in einem individuellen Bin ist minimal und proportional zu $1 \pm x^2$ für einen Phasenwinkel von $\pm\pi/2$ zwischen dem Rauschsignal und der resultierenden IMD-Überlagerung und maximal, wenn die Phase 0 oder π beträgt, d. h. für die Änderung folgt $(1 \pm x)^2 \approx 1 \pm 2x$. Hierbei repräsentiert x das Verhältnis zwischen resultierender IMD- und Rauschamplitude im entsprechenden Frequenz-Bin. Für IMD, die bspw. 60 dB unter dem Rauschpegel ($x = 10^{-3}$) liegt, kann

der PSD-Fehler Werte zwischen $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ und $\pm 2 \cdot 10^{-3}$ je nach Phasenwinkel annehmen. Dieser Effekt tritt in allen Frequenz-Bins auf und führt zu einer Streuung in jedem einzelnen Rauschspektrum. Anhand eines Einzelspektrums kann Pseudo-Rauschen mit infinitesimalen Ton-Abstand und zufälliger Phasenverteilung nicht vom „echtem“ weißen Rauschen unterschieden werden.

Der Hauptunterschied zwischen beiden Rauschsignalen ergibt sich bei der Betrachtung des zeitlichen Mittelwerts. Beim weißen Rauschen ändert sich die Phasenwinkelbeziehung nach jeder Messperiode stochastisch. Da die resultierende IMD bei gleichbleibender Nichtlinearität von den Amplituden und Phasenwinkeln des Eingangsrauschens abhängt, ändert sich der PSD-Fehler für jedes einzelne Spektrum und streut zwischen minimal und maximal möglichem Wert im ganzen Spektrum. Mit zunehmender Mittelungszeit nähert sich der resultierende Fehler einer Normalverteilung und überlagert sich dementsprechend wie weißes Rauschen im gemittelten Gesamtspektrum des thermischen Rauschsignals.

Für Pseudo-Rauschen sind die vor der Messung zufällig ausgewählten Phasenwinkel konstant für jedes Spektrum. Daraus folgt, dass die resultierende IMD und demnach der PSD-Fehler für alle Spektren gleich bleibt. Dies äußert sich in einer störungsinduzierten Streuung der Töne, die auch nach langen Mittelungszeiten nicht verschwindet. Dieser Sachverhalt wurde in [102] ebenfalls beobachtet. Hier verursachte die Messelektronik dominante IMD zweiter Ordnung (Typ II), die auf alle geradzahlgigen Harmonischen des Pseudo-Rauschsignals fällt. Die störungsinduzierte Streuung der Töne führte zu einer Sättigung der erreichbaren statistischen Standardunsicherheit für hinreichend lange Mittelungszeit und einen systematischen Temperaturversatz. Zur Vermeidung dieser Fehlerquelle ist es vorzuziehen nur Wellenformen mit ungeraden Harmonischen der Grundschwingung zu nutzen [103]. In diesem Fall fällt IMD zweiter Ordnung bzw. im Allgemeinen aller geraden Ordnungen nicht auf die Tonfrequenzen (vgl. Abbildung 6.5). Die Wirkung von IMD dritter Ordnung (Typ II) ist jedoch nicht unterdrückt und kann immer noch systematische Fehler verursachen.

Daher ist es (im Allgemeinen) notwendig, die Linearität jedes spezifischen Signalpfades durch Variation der Eingangsamplitude der zur Kalibrierung verwendeten Wellenform zu untersuchen. In [41, 110] zeigten die Autoren, dass für ihren Aufbau der Effekt von Nichtlinearität unter Verwendung eines Frequenzkamms mit $N > 1000$ ungeraden Harmonischen der Grundschwingung und entsprechend kleinen Tonamplituden hinreichend unterdrückt ist. In diesem Kontext sei erwähnt, dass ein Pseudo-Rauschen mit allen Harmonischen eine praktikable Wahl zur JNT-Kalibrierung darstellt, sofern man die Phasenwinkel für jedes Einzelspektrum neu „würfelt“.

6.4 Verzerrungsarme Mehrtonwellenformen

Um den Effekt von IMD auf die Wellenform zu verringern, werden in Anlehnung an [101] bei der Kalibrierung sog. *verzerrungsarme Mehrtonwellenformen* verwendet (in [109] bezeichnet als „no interharmonic distortion“ Signale). Die Wellenformen bestehen aus einer kleinen Anzahl N Sinustöne ($10 < N < 30$). Die einzelnen Tonfrequenzen $f_i = k_i \cdot f_p$ werden über f_p und den Parameter k_i (normierte Tonfrequenz) definiert. Es gilt:

$$k_i = k_0 + i \cdot \left(\frac{\Delta k_0 + \Delta k_\Delta \cdot \frac{i-1}{2}}{2} \right) \quad \text{mit} \quad k_0, \Delta k_0, \Delta k_\Delta \in \mathbb{N} \quad (6.1)$$

Hierbei repräsentiert $i = 0, 1, \dots, N-1$ den Index von k_i und der Tonfrequenzen f_i . Die drei Parameter k_0 (erster Ton), Δk_0 (erster Tonabstand) und Δk_Δ (inkrementelle Änderung des Tonabstands) sowie f_p definieren die Tonfrequenzen. Aus Gl. (6.1) folgt, dass für ungerade k_0 sowie gerade Δk_0 , Δk_Δ alle Töne ungerade Vielfache von f_p sind und der Tonabstand benachbarter Töne von einem Tonpaar zum nächsten um $\Delta k_\Delta \cdot f_p$ zunimmt. Für spezielle Werte von k_0 , Δk_0 und Δk_Δ ergeben sich Mehrtonwellenformen, für die weder Typ I und II IMD-Beiträge gerader Ordnung noch Typ II IMD-Beiträge dritter Ordnung auf Tonfrequenzen fallen. Darüber hinaus ist der Effekt von IMD-Produkten höherer ungerader Ordnung ebenfalls deutlich reduziert. Der Einfluss von Typ I IMD-Beiträgen ungerader Ordnung bzw. generell aller IMD-Beiträge ist abhängig von den Eingangstonamplituden. Bei den Linearitätsuntersuchungen in Unterabschnitt 6.7.1 konnte man keinen verbleibenden Beitrag zur Nichtlinearität auf $\mu\text{V/V}$ -Ebene über einen großen Eingangsamplitudenbereich feststellen. Daraus folgt, dass die unvermeidbaren Typ I IMD-Beiträge ungerader Ordnung für den vorliegenden Messaufbau hinreichend klein bzw. vernachlässigbar sind.

Tab. 6.1: Parameter der verwendeten Mehrtonwellenformen, berechnet mit Gl. (6.1). Jede Wellenform ist über das Verhältnis von N_F zu N , der Anzahl an Töne innerhalb der Kalibrierungsbandbreite von 8 kHz bis 240 kHz dividiert durch die Gesamttonanzahl, gekennzeichnet. Die letzte Spalte zeigt die Phasenwinkel in aufsteigender Tonfolge.

N_F/N	f_p (Hz)	k_0	Δk_0	Δk_Δ	Phasenwinkel ($n \cdot \pi$)
11/12	100	93	202	2	010000001100
11/25	100	93	202	2	0001110110000110110011111
17/19	100	37	116	2	0110000011000011001
21/23	5500	1	2	0	00111111110010010111001
22/23	50	163	194	2	00101100001010111000110

Jeder Ton hat die gleiche Amplitude und zur Vereinfachung einen Phasenwinkel von 0 oder π . Bei einer geeigneten Phasenauswahl ist die Amplitudenverteilung des Pseudo-Rauschsignals in Annäherung des „echten“ weißen Rauschens normalverteilt. Tabelle 6.1 listet alle erforderlichen Parameter der verwendeten Mehrtonwellenformen auf. Jede Wellenform wird durch das Verhältnis N_F/N gekennzeichnet. Hierbei zählt der Parameter N_F die Töne innerhalb der Kalibrierungsband-

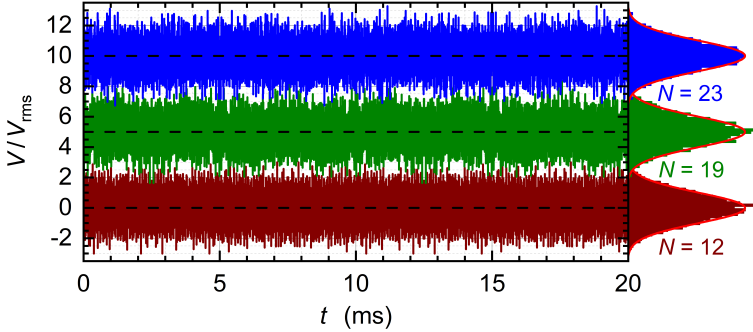


Abb. 6.6: Berechneter zeitlicher Verlauf verschiedener verzerrungsarmer Mehrtonwellenformen aus Tabelle 6.1 normiert auf die RMS-Amplitude V_{rms} . Die Wellenformen $N_F/N = 17/19$ und $22/23$ sind zur besseren Darstellung in positiver y-Richtung verschoben. Die drei roten Linien repräsentieren Gauß-Fit-Funktionen der jeweiligen Amplitudenverteilung.

breite von 8 kHz bis 240 kHz. Wellenform $N_F/N = 21/23$ wird im Folgenden als *konventionelle Mehrtonwellenform* bezeichnet, da ihre Frequenzverteilung dem in der Literatur häufig verwendeten Signal gleicht. Man beachte jedoch, dass die Tonanzahl stark reduziert ist. Der Tonabstand bleibt konstant ($\Delta k_\Delta = 0$) und Typ II IMD-Beiträge dritter Ordnung fallen auf Tonfrequenzen. Alle anderen Wellenformen weisen einen leicht wachsenden Tonabstand auf ($\Delta k_\Delta = 2$). Die gewählten Parameter reduzieren den Einfluss von IMD, repräsentieren dementsprechend *verzerrungsarme Mehrtonwellenformen*. Durch zusätzliches Hinzufügen 14 weiterer Töne bis 549,3 kHz stellt Wellenform $N_F/N = 11/25$ eine Erweiterung von $11/12$ dar. Hier tritt ein IMD-Konflikt dritter Ordnung bei $f_3 = f_{20} - f_{14} - f_3$ innerhalb der Kalibrierungsbandbreite f_0 bis f_{10} auf. Abbildung 6.6 zeigt den berechneten zeitlichen Verlauf der Wellenformen $11/12$, $17/19$ und $22/23$.

An dieser Stelle sind einige allgemeine und spezifische Aspekte bzgl. der Kalibrierung mit Mehrtonwellenformen erwähnenswert: Wie bereits angeführt, ist es notwendig bzw. empfehlenswert die Linearität jedes einzelnen Messkreises unabhängig von der ausgewählten Wellenform zu überprüfen. Die optimale Wahl der Wellenform liegt letztlich auf der Anwenderseite, da die Entscheidung von vielen verschiedenen Faktoren (Zielunsicherheit, Messaufbau, Linearität der Messelektronik, etc.) abhängt. Erfolgreiche Studien in der Rauschthermometrie mit der „Standard“-Wellenform (ungerade Harmonische mit $N > 1000$) sind in der Literatur bereits ausreichend dokumentiert [4, 40, 41, 110].

An der PTB ist geplant die endgültige DART-Elektronik mit einer maximalen Messbandbreite von 225 kHz unter Verwendung der verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen und einer „untypisch“ kleinen Anzahl an Tönen zu kalibrieren. Daher wird ein exemplarischer Signalpfad bestehend aus kritischen Rauschthermometerkomponenten mit diesem Ansatz untersucht. Um den Einfluss von IMD für eine stark reduzierte Tonanzahl bei der Kalibrierung zu demonstrieren, erfolgt ein Vergleich der verzerrungsarmen und konventionellen Mehrtonwellenformen für

eine identische Tonanzahl $N = 23$. Unter der Annahme einer konstanten RMS-Signalamplitude führt eine Verringerung der Tonanzahl unweigerlich zu einem verbesserten Signal-Rausch-Verhältnis. Aus den gemittelten Spektren kann mehr Information über IMD und das Rauschniveau der Elektronik extrahiert werden. Der Einfluss von IMD auf die Kalibrierungstöne ist reduziert. Mögliche Störungspeaks durch z. B. Laborgeräte fallen mit geringerer Wahrscheinlichkeit auf Tonfrequenzen. Wenn die verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen von einem kommerziellen DAC anstelle einer Josephson-Spannungsrauschquelle zur Kalibrierung generiert werden [47, 101], erwartet man einen geringeren Einfluss der Signalquellen-Nichtlinearität auf das Kalibrierungssignal. Es wäre möglich den Einfluss von IMD durch geschickte Wahl der Phasen noch weiter zu minimieren. In [111] wurde für abnehmenden Crest-Faktor (Spitze dividiert durch RMS-Wert) einer Mehrtonwellenform bestehend aus allen Harmonischen theoretisch gezeigt, dass sich Typ I und Typ II IMD-Beiträge zunehmend gegenphasig addieren und somit teilweise kompensieren. Dies sollte zu einer leicht geringeren Gesamtverzerrung verglichen mit verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen führen. Die niedrigsten Crest-Faktoren resultieren jedoch aus Phasenwinkeloptimierungs-Algorithmen mit zunehmendem Rechenaufwand. Zudem sind nur durch Taylor-Reihen approximierte Nichtlinearitäten berücksichtigt und der Einfluss einer möglichen Phasenwinkelverschiebung durch den analogen Frequenzgang wurde vernachlässigt. Im weiteren Verlauf wird sich zeigen, dass v. a. die ADC-Nichtlinearität, insbesondere aufgrund diskontinuierlicher Quantisierungsfehler, einen dominanten Einfluss auf die Linearität der Signalverstärkung ausübt. Die verzerrungsarmen Wellenformen ähneln dem zeitlichen Verhalten und damit der ADC-Aussteuerung von weißem Rauschen, können mit geringem Rechenaufwand anhand fünf Parameter und einer überschaubaren Anzahl von „binären“ Tonphasen eindeutig definiert werden und erleichtern somit die Rückverfolgbarkeit zukünftiger DART-Kalibrierungen.

6.5 Kalibrierungsmethode

Die Idee des PTB-Ansatzes ist es, die Temperatur nicht aus dem PSD-Verhältnis zwischen Sensor und Josephson-Spannungsrauschquelle (vgl. Abschnitt 2.4), sondern aus der gemessenen PSD des Sensors S_V direkt abzuleiten. Um die potentielle Modellkomplexität insbesondere aufgrund von Abweichungen im Frequenzgang von vornherein zu begrenzen, wird im Folgenden eine konstante Bandbreite für die Kalibrierung von 8 kHz bis 240 kHz festgelegt. Im endgültigen Aufbau würde dies der maximalen effektiven Messbandbreite (Fit-Bandbreite) des Sensorrauschens entsprechen. Innerhalb dieser definierten Bandbreite kalibriert man den Frequenzgang des Signalpfades mit den genau bekannten Tonamplituden der verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen. Eine geeignete und physikalisch vertretbare Fit-Funktion wird angewandt, um den Frequenzgang zu glätten. Die Fit-Parameter werden abgespeichert und jedes gemessene Spektrum des thermischen Sensors wird mit der gleichen Kalibrierfunktion korrigiert.

Im Idealfall, d. h. mit einem kalibrierten und „flachen“ Spektrum, kann die Temperatur aus der mittleren PSD in der festgelegten Bandbreite abgeleitet werden. In der Praxis sind jedoch kleine Abweichungen der Übertragungsfunktion hervorgerufen durch eine Impedanzfehlanpassung, bspw. aufgrund unterschied-

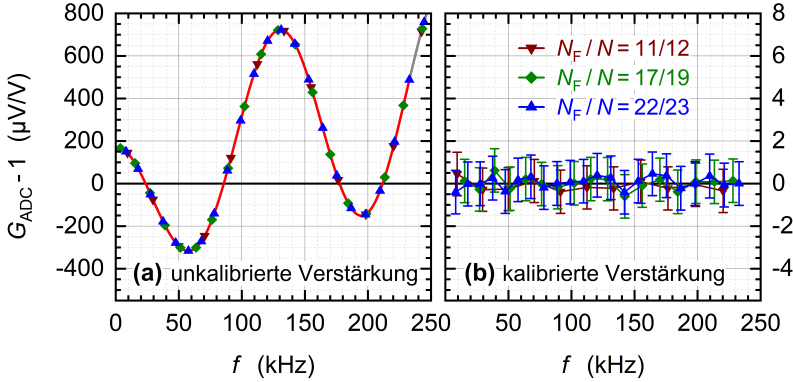


Abb. 6.7: Relative Abweichung der ADC-Verstärkung G_{ADC} vom Nominalwert in Abhängigkeit der Signalfrequenz f . In (a) ist die Abweichung dreier verzerrungsarmer Mehrtonwellenformen mit identischer Signalamplitude von $V_{\text{rms}} = 5,12\text{ mV}$ vor der Kalibrierung gezeigt. Die rote Linie repräsentiert die mit Gl. (6.2) ermittelte Kalibrierkurve der Töne innerhalb von 8 kHz bis 240 kHz. Die nicht genutzten Töne sowie die graue Fortsetzung der Kurve sind ebenfalls dargestellt. Teilgrafik (b) zeigt das Ergebnis nach der Kalibrierung. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit.

licher Kabellängen bei der Kalibrierung und der tatsächlichen Temperaturmessung oder aufgrund von Drift-Effekten und Temperaturschwankungen während des DART-Betriebs unvermeidbar. Dies führt letztlich zu einer Änderung der Grenzfrequenz der Rauschthermometer-Übertragungsfunktion. Da die Bandbreite auf einen relativ moderaten Wert limitiert ist, darf die einzige akzeptable Abweichung nach der Kalibrierung eine quadratische Frequenzabhängigkeit besitzen und höhere Ordnungen sollten vernachlässigbare Auswirkungen haben. Zur Berücksichtigung dieser unvermeidbaren Einflüsse wird daher auf jedes gemessene und kalibrierte Spektrum S_V ein parabolischer Fit $a_0 + a_2 f^2$ angewandt. Dabei besitzt a_0 die Einheit V^2/Hz und stellt den nach DC extrapolierten, mittleren PSD-Wert dar. Der Koeffizient a_2 berücksichtigt den Einfluss durch Impedanzfehlanpassungen und entspricht Null für den diskutierten Idealfall.

Während der Kalibrierung kennt man a_0 , oder i. a. W. die virtuelle Kalibrierungstemperatur und bestimmt die niederfrequente (zu DC extrapolierte) Signalverstärkung $G_0 \propto \sqrt{a_0}$ aus a_0 . Die Anzahl an Rekalibrierungen und virtuellen Kalibrierungstemperaturen hängt von der Linearität und Stabilität des endgültigen DART sowie der gewünschten Temperaturgenauigkeit ab.

Das Ergebnis einer Kalibrierung ohne Verstärker im Signalpfad ist exemplarisch in Abbildung 6.7 für die Signalverstärkung des ADC G_{ADC} gezeigt. Drei verschiedene verzerrungsarme Mehrtonwellenformen mit identischer Amplitude $V_{\text{rms}} = 5,12\text{ mV}$ werden am Eingang des ADC angelegt. In Abbildung 6.7 (a) erkennt man, dass die relative Abweichung von der nominellen ADC-Verstärkung bis 250 kHz eine Welligkeit im Bereich von $-300\text{ }\mu\text{V/V}$ bis zu $+800\text{ }\mu\text{V/V}$ besitzt, die hauptsächlich auf den digital implementierten 48-Tap Standard FIR-Filter [96] zurückzuführen ist. Der Verlauf im Durchlassbereich ähnelt einer verzerrten

Kosinusfunktion und hängt stark von der verwendeten Abtastrate f_s ab. Der dominant quadratisch mit der Frequenz skalierende Kabel-Fehler der Josephson-Spannungsrauschquelle (vgl. Abschnitt 5.5) ist ebenfalls überlagert und wird durch den $51\ \Omega$ Chipwiderstand bei $4,2\text{ K}$ reduziert. Die rot dargestellte Linie repräsentiert eine geeignete Fit-Funktion

$$G_{\text{Cal}}(f) = G_{\text{FIR}}(f) \cdot G_{\text{Amp}}(f) \quad (6.2)$$

der Tonamplituden, mit

$$G_{\text{FIR}}^2(f) = 1 + a_1 \frac{f}{f_s} + c \cos \left(c_0 + c_1 \frac{f}{f_s} + c_2 \frac{f^2}{f_s^2} \right) \quad (6.3)$$

und

$$G_{\text{Amp}}^2(f) = \frac{1 + G_{\text{P}}^2(f/f_{\text{P}})^2}{1 + (f/f_{\text{P}})^2} \frac{G_0^2}{1 + b_2 f^2 + b_4 f^4} \quad (6.4)$$

Die Welligkeit des FIR-Filters wird durch Gl. (6.3) stark reduziert und die rationale Funktion aus Gl. (6.4) approximiert die Übertragungsfunktion des Verstärkers inklusive Verkabelung präzise. Der erste Bruch in Gl. (6.4) berücksichtigt dabei die Erhöhung der frequenzabhängigen Verstärkung („AC gain boost“ in Referenz [9]) im Vergleich zur DC-Verstärkung. Die Kombination beider Gleichungen stellt eine sehr gute Kalibrierfunktion für den gesamten Signalweg (Verstärker einschließlich ADC) als auch für den ADC alleine dar. Um gute Konvergenz der Kalibrierfunktion zu gewährleisten, empfiehlt es sich $G_{\text{B}} = 0,99988$, $f_{\text{B}} = 6,5\text{ kHz}$ konstant zu halten und als Startwerte für den Fit $a_1 = 0,03$, $c = 0,0009$, $c_0 = 0,3$, $c_1 = 67$, $c_2 = 24$, $b_2 = 0,2/f_s^2$, $b_4 = -3,5/f_s^4$, $G_0 = 350,95$ zu wählen. Im Fall ohne Verstärker ändert man $G_0 = 1$ und setzt $G_{\text{B}} = 0,99994$, $f_{\text{B}} = 15\text{ kHz}$.

In Abbildung 6.7 (b) ist das Ergebnis nach der Kalibrierung des ADC dargestellt. Die Tonresiduen besitzen keine Frequenzabhängigkeit und liegen innerhalb $\pm 1\ \mu\text{V/V}$. Demnach ist es nun möglich a_0 aus den gemessenen Spektren S_V bei verschiedenen Signalamplituden und/oder Wellenformen abzuleiten. Die Kalibrierfunktion beinhaltet auch den Kabel- und die potentielle Feedthrough-Messabweichung des Josephson-Systems, die beide eine dominante quadratische Frequenzabhängigkeit und vernachlässigbare Terme höherer Ordnung besitzen. Dies hat jedoch keinen signifikanten Effekt auf das Endergebnis, da der relevante Parameter a_0 mit einem parabolischen Fit $a_0 + a_2 f^2$ aus den Spektren extrahiert wird. Bei der endgültigen DART-Kalibrierung muss der potentielle Einfluss auf das gesamte Messunsicherheitsbudget jedoch berücksichtigt werden.

An dieser Stelle seien einige Aspekte bezüglich der ADC-Kalibrierung hervorgehoben. Das Resultat der Kalibrierung aus Abbildung 6.7 (b) ändert sich mit hoher Wahrscheinlichkeit für Abtastraten $f_s \neq 1,5\text{ MSa/s}$ und andere Kalibrierungsbandbreiten. Außerdem konnte ein starker Unterschied zwischen beiden ADC-Kanälen während der Optimierung der Fit-Funktion für diesen speziellen ADC beobachtet werden. Nach der Kalibrierung wird eine systematische Welligkeit der Residuen sichtbar, insbesondere für niedrige Signalamplituden. Die Restwelligkeit ist gegenphasig für beide ADC-Kanäle und hat ein ungefähr konstantes,

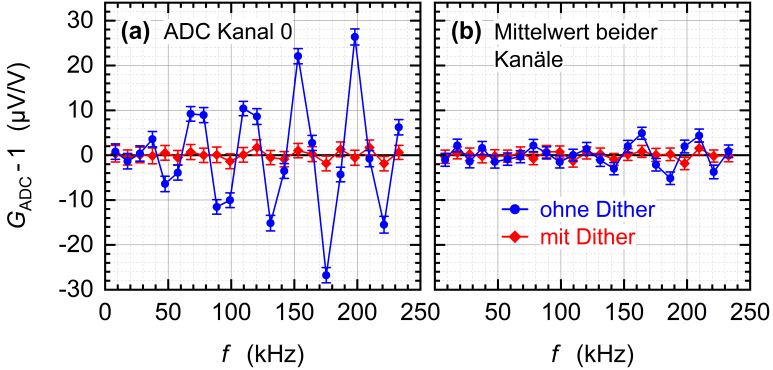


Abb. 6.8: Relative Abweichung der ADC-Verstärkung G_{ADC} vom Nominalwert nach Kalibrierung mit Gl. (6.2) unter Verwendung der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform $N_F/N = 22/23$ mit und ohne Dither für (a) ADC-Kanal 0 und (b) den Mittelwert beider Kanäle. Die Amplitude des höchsten Tons wird auf $V_{\text{rms}} = 5,08 \text{ mV}$ erhöht und als Dithersignal für die roten Datenpunkte verwendet (mehr Details in Abschnitt 6.7). Für beide Wellenformen beträgt die RMS-Gesamtamplitude der angezeigten $N_F = 22$ Töne $V_{\text{rms},F} = 626 \mu\text{V}$. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit.

absolutes Niveau deutlich unter der Auflösungsgrenze des ADC, dem Bit mit dem niedrigsten Stellenwert (engl. least significant bit, LSB). Aus Abbildung 6.8 (a) kann man schließen, dass diese Welligkeit nicht auf eine unzureichende Beschreibung durch Gl. (6.2), sondern vermutlich auf Quantisierungsfehler im ADC selbst zurückzuführen sind. Für Kanal 0 streuen die Residuen nach der Kalibrierung zwischen $\pm 27 \mu\text{V/V}$ ohne zusätzliches Dither-Signal (mehr Details in Abschnitt 6.7). Dies entspricht $\pm 16,9 \text{ nV}$ oder $\pm 14\%$ des LSB. Abbildung 6.8 (b) zeigt den Mittelwert des über beide Kanäle zeitgleich gemessenen Signals. Die Streuung ist im Vergleich zu Teilgrafik (a) signifikant reduziert. Mit zusätzlichem Dither-Signal streuen die Residuen hingegen in beiden Fällen nur um etwa $\pm 2 \mu\text{V/V}$ (mehr Details in Unterabschnitt 6.7.1). Um nach der Kalibrierung einen optimal flachen Frequenzgang zu erhalten, werden wie bereits erwähnt in Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8 (b) bis Abbildung 6.12 die Mittelwerte beider Kanäle bei der Datenanalyse verwendet.

6.6 Kalibrierung mit Mehrtonwellenformen

Im nachfolgenden Abschnitt wird exemplarisch der Signalpfad mit und ohne Verstärker mit verzerrungsarmen und konventionellen Mehrtonwellenformen kalibriert. Der Vergleich der Wellenformen bzw. die Abfolge beider Kalibrierungen erfolgt durch rasches Hin- und Herschalten zwischen beiden Signalen (vgl. Abschnitt 6.1). Die verwendeten Mehrtonwellenformen besitzen für jede Messung die gleiche Gesamtanzahl an $N = 23$ Tönen und eine identische nominelle RMS-Amplitude. Die gewählte Wellenform $N_F/N = 22/23$ repräsentiert eine verzerrungsarme und $N_F/N = 21/23$ eine konventionelle Mehrtonwellenform. Die Kalibrierung

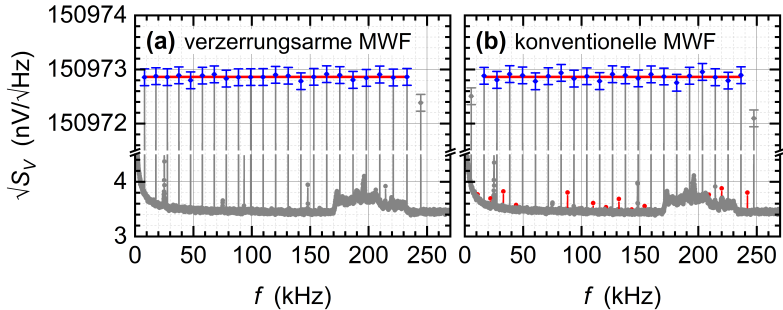


Abb. 6.9: LSD des ADC nach der Kalibrierung mit der (a) $N_F/N = 22/23$ verzerrungsarmen und (b) $N_F/N = 21/23$ konventionellen Mehrtonwellenform. Beide Signale besitzen eine nominelle RMS-Amplitude von $V_{\text{rms}} = 5,12$ mV. Die Kalibrierparameter für jede Teilgrafik werden aus den jeweiligen Tönen (blau) abgeleitet. Die roten Linien stellen parabolische Fits durch die Töne dar. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. In (b) sind gerade Vielfache von $f_p = 5,5$ kHz mit roten Punkten und vertikalen Linien hervorgehoben.

beider gemittelter Spektren wird mit den entsprechenden Tönen N_F innerhalb der Kalibrierungsbandbreite ermittelt.

Abbildung 6.9 (a) zeigt die kalibrierte LSD der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform. Bei einer RMS-Amplitude von 5,12 mV und einer spektralen Auflösung von 50 Hz ergibt sich $\sqrt{a_{0,\text{nom}}} = 150972,86$ nV/√Hz für den Nominalwert. Hier ist der Effekt des Spannungsteilers, der durch den 51 Ω Widerstand bei 4,2 K und der 1 M Ω ADC-Eingangsimpedanz gebildet wird, berücksichtigt. Die Struktur im Rauschhintergrund beider Spektren zwischen 170 kHz und 240 kHz sowie einige Störungs-Peaks werden auch für kurzgeschlossenen ADC-Eingang beobachtet. Abbildung 6.9 (b) zeigt das Ergebnis für die konventionelle Mehrtonwellenform. Die roten Linien repräsentieren parabolische Anpassungen durch die kalibrierten Tonamplituden. Die daraus, zur Überprüfung der Konsistenz, abgeleiteten a_0 -Werte stimmen erwartungsgemäß mit dem Nominalwert $a_{0,\text{nom}}$ überein. Der einzige sichtbare Unterschied zwischen beiden Spektren, hervorgehoben durch rote Punkte und rote vertikale Linien in Abbildung 6.9 (b), ist das Auftreten zusätzlicher Töne bei geraden Vielfachen von $f_p = 5,5$ kHz. Diese Töne entstehen durch IMD zweiter (generell gerader) Ordnung und werden daher im Folgenden als *IMD-Töne* deklariert. Für beide Wellenformen fallen diese Töne nicht auf die Signaltöne. In Abbildung 6.9 (b) ist die Ausprägung am stärksten bei 33 kHz, 88 kHz, 220 kHz und 242 kHz. In Abbildung 6.9 (a) sind die IMD-Töne zwischen den Signaltönen „verschmiert“ und daher im Grundrauschen verborgen.

Nun wird der DART-Prototyp-Verstärker in den Messaufbau eingefügt. Als erster Test erfolgt in Analogie zu [101] die Messung der zweiten und dritten Harmonischen eines Sinussignal mit $V_{\text{rms}} = 620$ μ V und $f = 75$ kHz. Mit der Josephson-Spannungsrauschquelle erhält man -96 dBc bzw. -109 dBc für die zweite bzw. dritte Harmonische, beide 13 dBc niedriger als bei der Messung mit einem kommerziell erhältlichen Wellenformgenerator. Man beachte, dass die verwendete

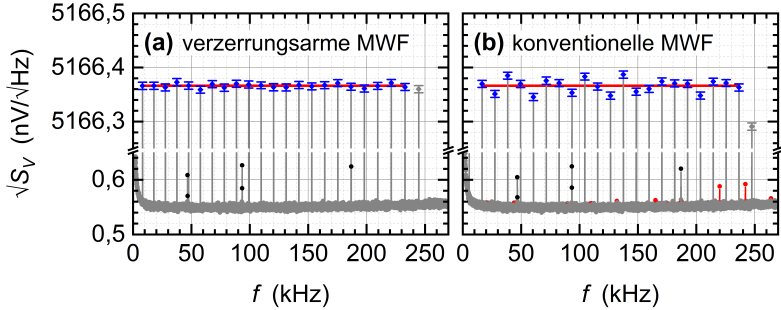


Abb. 6.10: Eingangsbezogene LSD des Verstärkers inklusive ADC nach der Kalibrierung mit der (a) $N_F/N = 22/23$ verzerrungsarmen und (b) $N_F/N = 21/23$ konventionellen Mehrtonwellenform. Beide Signale besitzen eine nominelle RMS-Amplitude von $V_{\text{rms}} = 175,2 \mu\text{V}$. Die Kalibrierparameter für jede Teilgrafik werden aus den jeweiligen Tönen (blau) abgeleitet. Die roten Linien stellen parabolische Fits durch die Töne dar. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Störungs-Peaks sind durch schwarze Kreise markiert. In (b) sind gerade Vielfache von $f_p = 5,5 \text{ kHz}$ mit roten Punkten und vertikalen Linien hervorgehoben.

RMS-Amplitude über 100 Mal größer als im normalen Rauschthermometer-Betrieb ist.

Nun werden beide Mehrtonwellenformen mit $V_{\text{rms}} = 175,2 \mu\text{V}$ abwechselnd gemessen, d. h. $\sqrt{a_{0,\text{nom}}} = 5166,37 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. In Abbildung 6.10 (a) zeigen die Töne nach der Kalibrierung erwartungsgemäß keine signifikante Abweichung vom Nominalwert. In Abbildung 6.10 (b) hingegen streuen die Töne innerhalb von $\pm 4 \mu\text{V/V}$. Dies wird mit hoher Wahrscheinlichkeit verursacht durch IMD dritter Ordnung, die im Fall der konventionellen Mehrtonwellenform auf die Tonfrequenzen fällt. Ein anderer Verstärker und/oder Signalquelle, die mehr IMD erzeugt, würde den Effekt an dieser Stelle deutlich verstärken. Aufgrund dieser „störungsinduzierten Streuung“ sättigt die erreichbare statistische Standardunsicherheit im digitalen Schaltkorrelator-JNT für langwierige Temperaturmessungen bei Verwendung von mehreren Tausend geraden statt ungeraden Harmonischen Mehrtonwellenformen (vgl. Abschnitt 6.3) [102]. Nichtsdestotrotz entsprechen die a_0 -Werte der parabolischen Fits in beiden Fällen nach der Kalibrierung erwartungsgemäß $a_{0,\text{nom}}$. Erneut sind zwei dominante IMD-Töne bei 220 kHz und 242 kHz für die konventionellen Mehrtonwellenform in Abbildung 6.10 (b) zu beobachten.

In Abbildung 6.11 werden die RMS-Amplituden beider Signale von $175,2 \mu\text{V}$ auf $700,8 \mu\text{V}$ erhöht, d. h. der Verstärker operiert näher an seinem Sättigungspunkt bzw. im nichtlinearen Regime. Der Nominalwert $\sqrt{a_{0,\text{nom}}}$ beträgt demnach $20665,46 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Im Spektrum der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform in Abbildung 6.11 (a) sind nun ebenfalls gerade Vielfache von $f_p = 50 \text{ Hz}$ durch rote Punkte und vertikale Linien markiert, um die Entstehung der IMD-Töne zu verdeutlichen. Die Amplituden der IMD-Töne nehmen mit der Frequenz zu und können aufgrund der geschickten Parameterwahl bzw. des leicht wachsenden Tonabstands nicht auf die Signaltöne fallen. Daher sind sie über das gesamte

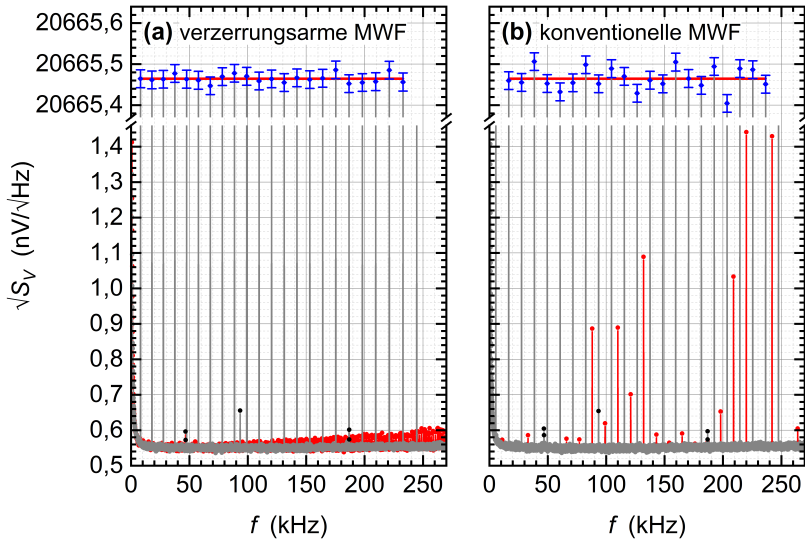


Abb. 6.11: Eingangsbezogene LSD des Verstärkers inklusive ADC nach der Kalibrierung mit der (a) $N_F/N = 22/23$ verzerrungsarmen und (b) $N_F/N = 21/23$ konventionellen Mehrtonwellenform. Beide Signale besitzen eine nominelle RMS-Amplitude von $V_{\text{rms}} = 700,8 \mu\text{V}$. Die Kalibrierparameter für jede Teilgrafik werden aus den jeweiligen Tönen (blau) abgeleitet. Die roten Linien stellen parabolische Fits durch die Töne dar und schwarze Kreise kennzeichnen Störungs-Peaks. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Gerade Vielfache von (a) $f_p = 50 \text{ Hz}$ bzw. (b) $f_p = 5,5 \text{ kHz}$ sind mit roten Punkten und vertikalen Linien hervorgehoben.

Spektrum zwischen den Signaltönen verteilt. Diese Verteilung kann man in Abbildung 6.11 (b) nicht beobachten, da diese sich im Fall der konventionellen Mehrtonwellenform nur auf gerade Vielfache von $f_p = 5,5 \text{ kHz}$ konzentrieren. Die in 6.10 (b) auffälligen IMD-Töne bei 220 kHz und 242 kHz sind in Abbildung 6.11 (b) signifikant erhöht. Die Töne der konventionellen Wellenform zeigen nach der Kalibrierung erneut eine stärkere Streuung als die der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform.

6.7 Untersuchung der Signalverstärkungslinearität

Neben der Stabilität stellt die Linearität der Signalverstärkung eine der kritischsten Parameter dar, um ein praktisches Rauschthermometer zu realisieren, das in der Lage ist, Temperaturen auf $\mu\text{K/K}$ -Niveau über einen weiten Eingangsamplitudenbereich ohne permanente Kalibrierung durch eine Josephson-Referenzspannungsquelle abzudecken. In den folgenden Unterabschnitten wird die Abhängigkeit der Signalverstärkung von der angelegten Eingangsamplitude und Offsetspannung systematisch untersucht.

6.7.1 Eingangsamplitudenabhängigkeit

Die Nichtlinearität der Signalverstärkung wird durch Anlegen von Pseudo-Rauschsignalen mit unterschiedlichen Amplituden quantifiziert. Die Untersuchung ähnelt im Grunde bei verschiedenen „virtuellen“ Temperaturen durchgeführten Temperaturmessungen eines Rauschthermometers. Vor den nachfolgenden Messreihen werden die Kalibrierparameter mit und ohne Verstärker im Signalpfad bestimmt und abgespeichert. Mit diesen Parametersätzen erfolgt die Kalibrierung aller nachfolgender Spektren. Niederfrequente Verstärkungsschwankungen und Drift-Effekte werden durch abwechselndes Umschalten zwischen der zu untersuchenden Amplitude und einer gemeinsamen Referenzamplitude unterdrückt. Für jedes 1 s Messintervall wird die mittlere PSD bestimmt, kalibriert und ein parabolischer Fit der Töne durchgeführt. Mit dem daraus experimentell ermittelten Wert $a_{0,\text{exp}}$ ergibt sich die momentane Abweichung der Signalverstärkung ΔG_0 vom Nominalwert G_0 zu:

$$\frac{\Delta G_0}{G_0} = \sqrt{\frac{a_{0,\text{exp}}}{a_{0,\text{nom}}}} - 1. \quad (6.5)$$

Schließlich erhält man die relative Verstärkungsnichtlinearität $\Delta G_{\text{NL}}/G_0$ als Differenz aus den relativen momentanen Abweichungen der Signalverstärkung der untersuchten Amplitude und der Referenzamplitude.

Dies wird exemplarisch in Abbildung 6.12 gezeigt. Die Amplitude des Referenzsignals beträgt $V_{\text{rms}} = 175,2 \mu\text{V}$ und die des zu untersuchenden Signals $700,8 \mu\text{V}$. Hier operiert der Verstärker eindeutig in seinem nichtlinearen Regime. Aus den parabolischen Fits beider Teilgrafiken kann eine relative niederfrequente Verstärkungsänderung $\Delta G_{\text{NL}}/G_0$ von etwa $-8 \mu\text{V}/\text{V}$ abgeleitet werden. Die Verstärkungsreduktion ist bei höheren Frequenzen stärker ausgeprägt.

Abbildung 6.13 zeigt die Verstärkungsnichtlinearität des Signalpfads, bestehend aus Prototyp-Verstärker und ADC als Vertreter der Sigma-Delta-ADC Klasse. Der Einfluss des unkorrelierten Verstärkergrundrauschens wird, ähnlich dem DART-Konzept (vgl. Abschnitt 3.1 bzw. Referenz [9]), bei der Daten-Analyse berücksichtigt und von den Tonamplituden subtrahiert. Der Effekt nimmt mit kleiner werdenden Eingangsamplituden deutlich zu. Für die kleinste Eingangsamplitude von $9,7 \mu\text{V}$ ist die resultierende theoretische Abweichung vom $\sqrt{a_{0,\text{nom}}}$ -Wert durch die Sigma-Delta-Modulation kleiner als $\pm 0,1 \mu\text{V}/\text{V}$ und somit vernachlässigbar (vgl. Unterabschnitt 3.4.1). Es kommen die verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen $N_{\text{F}}/N = 11/25$ mit und $17/19$ ohne Verstärker im Signalpfad zum Einsatz. Die erste Wellenform ermöglicht die Verwendung eines breitbandigen Rausch-Dither-Signals, während die zweite eine bessere Frequenzauflösung bzw. höhere Tondichte innerhalb der Kalibrierungsbandbreite für $f_{\text{p}} = 100 \text{ Hz}$ bietet (vgl. Tabelle 6.1). Man beachte, dass die Verwendung von $N_{\text{F}}/N = 22/23$ mit $f_{\text{p}} = 50 \text{ Hz}$ die Frequenzauflösung weiter verbessern würde. Stichproben-Tests zeigten jedoch, dass dies keinen merklichen Einfluss auf die Ergebnisse der Linearitätsmessungen hat. In Abbildung 6.13 (a) zeigt die Nichtlinearität der Signalverstärkung im Bereich von $V_{\text{rms,F}}/V_{\text{FS}} = 0,023\%$ bis 24% deutliche Abweichungen von Null mit Extrema von $-8,4 \mu\text{V}/\text{V}$ und $+6,9 \mu\text{V}/\text{V}$. Dabei repräsentiert $V_{\text{rms,F}}$ die gesamte RMS-Amplitude der N_{F} -Töne am ADC-Eingang, normiert auf den

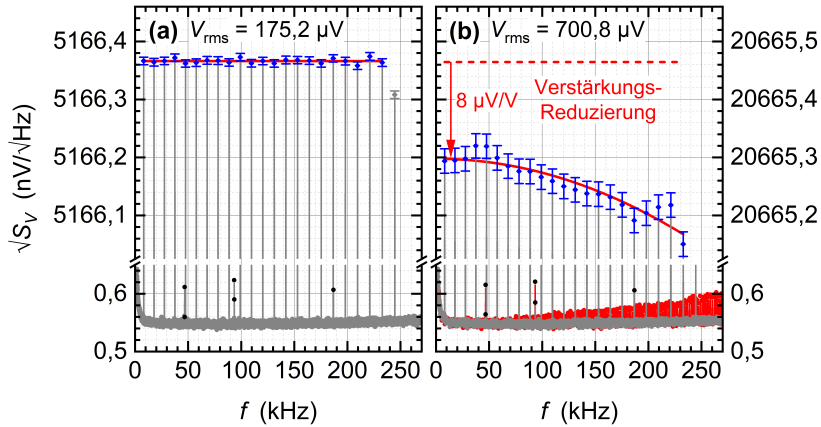


Abb. 6.12: Kalibrierte, eingangsbezogene LSD des Verstärkers inklusive ADC. Die nominelle Signalamplitude V_{rms} der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform $N_F/N = 22/23$ ist (a) $175,2 \mu\text{V}$ und (b) $700,8 \mu\text{V}$. Die durchgezogenen roten Linien stellen parabolische Fits durch die Töne (blau) dar. Störungs-Peaks in beiden Spektren sind mit schwarzen Kreisen markiert. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. In (b) sind gerade Vielfache von $f_p = 50 \text{ Hz}$ mit roten Punkten und vertikalen Linien hervorgehoben. Die rot gestrichelte Linie zeigt das erwartete Niveau für ideales lineares Verhalten. Das illustrierte Beispiel entspricht dem blauen Datenpunkt bei $V_{\text{rms},F}/V_{\text{FS}} = 24 \%$ aus Abbildung 6.13 (a).

vollen Eingangsbereich des ADC $V_{\text{FS}} = 1 \text{ V}$ (2 V Spitze-Spitze). Konsistenzprüfungen für die grauen Referenzwerte bei $0,48 \%$ und $4,08 \%$, d.h. der Vergleich von Signalen mit der gleichen RMS-Amplitude, zeigen innerhalb ihrer Unsicherheit erwartungsgemäß keine Abweichung von Null. Beide ADC-Kanäle zeigen ein unterschiedliches nichtlineares Verhalten, mit Minima nahe $0,1 \%$ von $-8,4 \mu\text{V/V}$ für Kanal 0 bzw. $-4,9 \mu\text{V/V}$ für Kanal 1.

Dieses Verhalten ändert sich signifikant, wenn ein Dither-Signal in die Wellenform des Josephson-Systems implementiert wird, wie man in Abbildung 6.13 (b) erkennen kann. Der Effekt von Dither zur Reduktion von Quantisierungsfehler, die in digitalen Systemen wie einem ADC auftreten, ist in der Signalverarbeitung bekannt [107]. Typischerweise wird in digitalen Systemen additives Breitbandrauschen verwendet, um ansonsten diskontinuierliche Systemeigenschaften zu linearisieren. Im Folgenden liegt der Fokus auf einer pragmatischen „Dither-Lösung“ sowohl zur Erhöhung der Linearität des aktuellen Messaufbaus als auch zur Überprüfung von Optimierungsmöglichkeiten im Hinblick auf das endgültige DART. Eine ausführlichere, mathematische Beschreibung der Thematik ist in [104, 105] zu finden. Nach umfangreichen Messungen haben sich zwei vielversprechende Lösungen, ein einzelner Sinuston und Breitbandrauschen, als potentielles Dither-Signal herauskristallisiert.

Ohne Verstärker wird die gesamte RMS-Amplitude jedes Signals konstant bei $5,12 \text{ mV}$ ($0,51 \%$ von V_{FS}) gehalten, indem man die Amplitude des höchsten

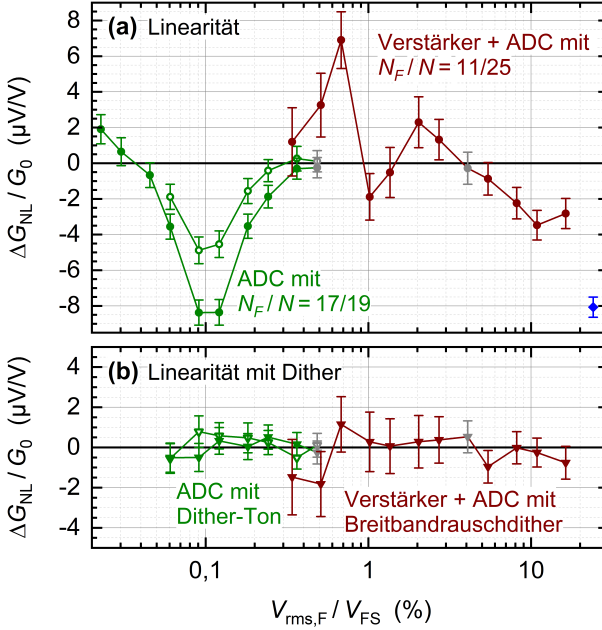


Abb. 6.13: Relative Abweichung der Verstärkungsnichtlinearität $\Delta G_{NL}/G_0$ für unterschiedliche Signalpfadkonfigurationen in Abhängigkeit der Gesamtamplitude am ADC-Eingang $V_{rms,F}$ normiert auf den vollen Eingangsbereich V_{FS} (a) ohne und (b) mit Dither. ΔG_{NL} wird aus den relativen Verstärkungsänderungen zwischen der untersuchten Amplitude und der Referenzamplitude (grau) abgeleitet. Gefüllte und offene Datenpunkte stellen Messungen mit ADC-Kanal 0 bzw. 1 dar. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit. Der blaue Datenpunkt entspricht dem in Abbildung 6.12 gezeigten Beispiel.

Tons bei 243,1 kHz für kleiner werdende Gesamtamplituden entsprechend erhöht. Da verzerrungsarme Mehrtonwellenformen zum Einsatz kommen, erzeugt dieser Dither-Ton keine IMD, die auf die übrigen Kalibriertöne fällt und beeinflusst somit nicht die Messung. Der Dither-Ton wird nicht in die Datenanalyse einbezogen, da $N_F < N$ gilt. Die grünen Messkurven in Abbildung 6.13 (b) demonstrieren, dass die Linearität beider ADC-Kanäle für alle Datenpunkte innerhalb der Unsicherheit keine Abweichung von Null zeigt. Es wurden ebenfalls Testmessungen mit einem niederfrequenten Dither-Ton bei der Pulsmuster-Wiederholungsfrequenz $f_p = 100$ Hz durchgeführt. Dabei erzeugte der niederfrequente Dither-Ton zusätzliche IMD und erhöhte letztlich die Nichtlinearität.

Mit Verstärker im Messaufbau zeigten Testmessungen, dass ein breitbandiger Rauschdither im Vergleich zum einzelnen Dither-Ton potentiell besser geeignet ist. Bei der gewählten Wellenform $N_F/N = 11/25$ haben die 14 Töne oberhalb von 240 kHz bereits bei der Messung in Abbildung 6.13 (a) einen marginalen Dither-

Effekt auf den ADC. Indem man die gesamte RMS-Amplitude der 14 Töne oberhalb von 240 kHz konstant auf $350,4 \mu\text{V}$ ($12,3\%$ von V_{FS}) hält, wird der Dither-Effekt bei niedrigen Signalamplituden ausreichend erhöht, ohne den Verstärker in seinem nichtlinearen Regime zu betreiben. Die Ergebnisse in Abbildung 6.13 (b) liegen alle innerhalb von $\pm 2 \mu\text{V/V}$ und zeigen keinen klaren Trend. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die RMS-Amplitude des angelegten Pseudorauschens, wie bereits erwähnt, wesentlich höher als das thermische Rauschen eines Messwiderstands mit typischerweise $R = 100 \Omega$ ist.

Daraus erschließt sich, dass ohne Dither der ADC die Verstärkungsnichtlinearität bei niedrigen Amplituden dominiert, da sich die Linearität des Verstärkers im Allgemeinen mit abnehmenden Eingangspegeln verbessert, im Gegensatz zu dem beobachteten Verhalten in Abbildung 6.13 (a). Man beachte, dass der in Abbildung 6.13 (b) von der Josephson-Spannungsrauschquelle erzeugte Breitbandrauschdither relativ einfach mit analogen Schaltungen im DART realisiert werden kann, z. B. durch Überlagerung von verstärktem und hochpassgefilterten thermischen Rauschen eines Widerstandes am ADC-Eingang.

6.7.2 Offsetspannungsabhängigkeit

Im Nachfolgenden wird die Nichtlinearität des ADC weiter untersucht. Der Fokus dabei liegt auf dem Effekt einer angelegten Offsetspannung auf die für das Rauschthermometer relevante AC-Linearität. Die Verstärkungsnichtlinearität für jeden ADC-Kanal in Abhängigkeit einer angelegten Offsetspannung V_{DC} ist in Abbildung 6.14 dargestellt. V_{DC} wird hierbei dem hochpassgefilterten Signal der Josephson-Spannungsrauschquelle am ADC-Eingang überlagert (vgl. blaue Komponenten in Abbildung 6.1). ΔG_{NL} entspricht der Differenz der relativen Verstärkungsänderungen zwischen der untersuchten Amplitude $V_{\text{rms,F}} = 1,21 \text{ mV}$ und der Referenzamplitude $V_{\text{rms,F}} = 4,84 \text{ mV}$ bei momentan angelegter Offsetspannung V_{DC} . Die ausgewählte Amplitudenkombination entspricht den Datenpunkten der dominanten Abweichungen in Abbildung 6.13 (a) bei $V_{\text{rms,F}}/V_{\text{FS}} = 0,12\%$. Die mittleren Abweichungen in Abbildung 6.14 ohne Dither weisen einen deutlichen negativen Offset von $-8,1 \mu\text{V/V}$ für Kanal 0 bzw. $-4,4 \mu\text{V/V}$ für Kanal 1 auf. Dies stimmt mit den Ergebnissen aus Abbildung 6.13 (a) überein, die bei einer nominalen Offsetspannung von Null durchgeführt wurden. Die maximale Streuung der Punkte vom Mittelwert beträgt etwa $\pm 2,7 \mu\text{V/V}$, d. h. $\Delta G_{\text{NL}}/G_0$ zeigt eine Spitze-Spitze-Variation von bis zu $5,4 \mu\text{V/V}$ abhängig von V_{DC} . Dither reduziert die Streuung und der Mittelwert jedes Kanals zeigt keine klare Abweichung von Null, in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Abbildung 6.13 (b). Aus den Resultaten kann man schließen, dass Dither den Einfluss einer angelegten Offsetspannung auf die ADC-Nichtlinearität im vorliegenden Messaufbau unterdrückt, solange V_{DC} während der Messung konstant bleibt.

Der realistischere Fall, dass sich V_{DC} mit der Zeit ändert, wird im Nachfolgenden analysiert. Dies ähnelt im Grunde der Situation unterschiedlicher Offsetspannungen zwischen DART-Kalibrierung und tatsächlicher Rauschthermometermessung. Dazu legt man die verzerrungsarme Mehrtonwellenform $N_{\text{F}}/N = 17/19$ mit $V_{\text{rms,F}} = 4,84 \text{ mV}$ an den ADC-Eingang an. Die Nichtlinearität der ADC-Verstärkung ergibt sich aus der Differenz der relativen Verstärkungsänderungen bei

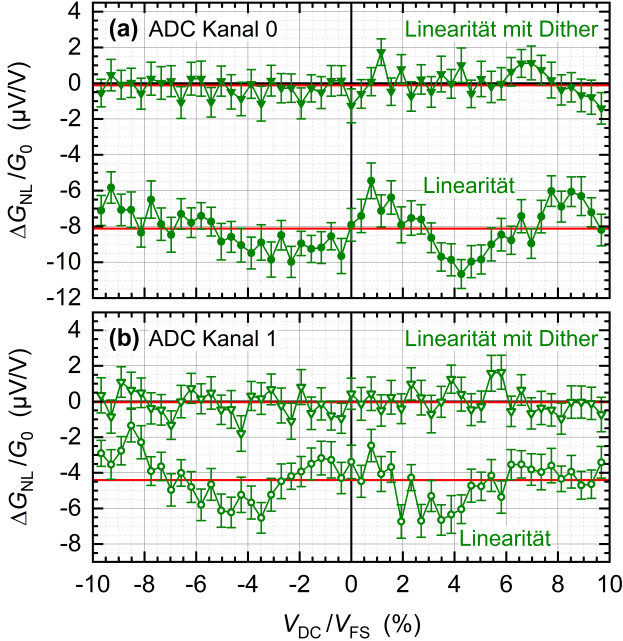


Abb. 6.14: Relative Abweichung der ADC-Verstärkungsnichtlinearität $\Delta G_{NL}/G_0$ in Abhängigkeit der angelegten Offsetspannung V_{DC} normiert auf den vollen Eingangsreich V_{FS} für (a) Kanal 0 und (b) Kanal 1. ΔG_{NL} wird bei variiertem V_{DC} aus den relativen Verstärkungsänderungen zwischen der untersuchten Amplitude $V_{rms,F} = 1,21$ mV und der Referenzamplitude $V_{rms,F} = 4,84$ mV der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform $N_F/N = 17/19$ abgeleitet. Bei $V_{DC}/V_{FS} = 0$ entspricht die gewählte Amplitudenkombination den Datenpunkten bei $V_{rms,F}/V_{FS} = 0,12$ % in Abbildung 6.13. Der Mittelwert jeder Messkurve ist mit einer roten Linie eingezeichnet. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Standardunsicherheit.

variiertem V_{DC} und null Offsetspannung für die gleiche „Kleinsignal“-Amplitude. Diese Messung ähnelt in etwa der Bestimmung der differentiellen Nichtlinearität eines ADC. Der Fehlerbeitrag wird jedoch nicht aus dem überlagerten DC-Signal, sondern aus der für das Rauschthermometer relevanten AC-Anregung abgeleitet. Daher zeigt die Messung dargestellt in Abbildung 6.15 den Zusammenhang bzw. Einfluss der DC-Linearität auf die AC-Linearität. Es kann eine deutlich stärkere Gesamtänderung von $\Delta G_{NL}/G_0$ von insgesamt etwa $72 \mu V/V$ für Kanal 0 und $52 \mu V/V$ für Kanal 1 beobachtet werden. Bei $V_{DC} = 0$ ist Kanal 0 sensibler gegenüber kleinen Änderungen der Offsetspannung als Kanal 1. Zusätzliche Messungen bei stark reduzierter Amplitude $V_{rms,F} = 1,21$ mV zeigen, dass der beobachtete Gesamtverlauf beider ADC-Kanäle sowohl mit als auch ohne Dither nahezu unverändert bleibt. Dementsprechend ist diese übergeordnete DC-Übertragungsfunktion des ADC ($V_{rms,F}$ gegen Null) der AC-Nichtlinearität überlagert

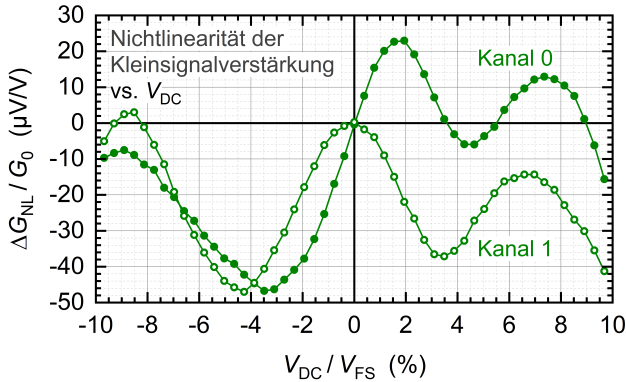


Abb. 6.15: Relative Abweichung der ADC-Verstärkungs-nichtlinearität $\Delta G_{NL}/G_0$ in Abhängigkeit der angelegten Offsetspannung V_{DC} normiert auf den vollen Eingangsbereich V_{FS} . ΔG_{NL} ergibt sich aus der Differenz der relativen Verstärkungsänderungen bei variiertem V_{DC} und null Offset für konstant gehaltene Signalamplitude $V_{rms,F} = 4,84$ mV der verzerrungsarmen Mehrtonwellenform $N_F/N = 17/19$. Die gewählte Amplitude entspricht der Referenzamplitude aus Abbildung 6.13 und Abbildung 6.14.

oder i. a. W. abhängig vom DC-Aussteuerungsbereich ändert sich die AC-Nichtlinearität des ADC. Diesen Effekt muss man bei der Kalibrierung und dem Ansatz zur Linearisierung des ADC berücksichtigen.

An abschließender Stelle sei ein wichtiger Aspekt in diesem Kontext hervorgehoben. Die Implementierung des Dither-Tons ist nur aufgrund der nahezu perfekten Linearität der Josephson-Spannungsrauschquelle und unter Verwendung der verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen möglich. Daher kann ausgeschlossen werden, dass die zusätzliche Signalkomponente IMD am ADC oder in der Quelle selbst erzeugt. Nach längeren Testmessungen in einem früheren Entwurfsstadium des DART hat sich ein „quasi-statisches“ Dither-Signal als sehr gute Lösung herauskristallisiert [101]. Vor der Messung wird eine Offsetspannung dem Rauschsignal überlagert ohne den ADC zu übersteuern. Dieses statische Signal bleibt während der Messung konstant und wird am Anfang jeder neuen Messperiode geändert. Durch zufälliges Auswählen unterschiedlicher Offsetspannung für jede individuelle Rauschmessung und Mittlung aller Messungen „verschmiert“ man das Rauschsignal mit zunehmender Messzeit über den ganzen Eingangsbereich des ADC. Dies entspricht im Endeffekt einer Art Mittlung der in Abbildung 6.15 dargestellten Kurven. Dementsprechend kann der Vorteil von Dithering genutzt werden ohne zusätzliche IMD zu erzeugen, die mit dem Rauschsignal wechselwirkt. Die ADC-Linearität konnte dadurch auf bis zu $\pm 10 \mu V/V$ für einen ADC basierend auf dem sukzessiven Approximationsverfahren verbessert werden. Die Erkenntnisse des Kapitels legen nahe, dass eine potentielle (optimale) Lösung im endgültigen Aufbau die Kombination von Breitbandrauscdither und einem „quasi-statischen“ Dither-Signal darstellen könnte. Die Option einen zusätzlichen Breitbandrauscdither zur ADC-Linearisierung zu nutzen, wurde aufgrund der vorliegenden Ergebnisse im endgültigem DART-Konzept berücksichtigt.

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine quantenbasierte Referenzspannungsrauschquelle für metrologische Anwendungen in der primären Rauschthermometrie aufgebaut, charakterisiert und optimiert. Das System ist speziell zur Kalibrierung und Weiterentwicklung des im Rahmen des PTB-Projekts „elektronisches Kelvin“ entwickelten neuen und patentierten selbst-kalibrierenden Dualmodus-Widerstandsthermometers (engl. dual-mode auto-calibrating resistance thermometer, DART) vorgesehen. Das DART kombiniert dabei die Vorteile von schneller Widerstands- und primärer Rauschthermometrie in einem Gerät [9].

Die Josephson-Spannungsrauschquelle basiert auf einer Serienschaltung pulsgetriebener, überdämpfter Josephson-Kontakte und ermöglicht es, arbiträre, quantenbasierte Spannungssignale zu erzeugen. Die Kontaktanzahl und das Layout der Josephson-Schaltung sind an das DART angepasst, um beide benötigten Spannungspegel $V_{pp} \leq 7,2 \text{ mV}$ bei der Kalibrierung der internen Referenzspannung und Wechselspannungsverstärkung zuverlässig mit demselben System zu synthetisieren. Außerdem kann die Josephson-Spannungsrauschquelle mit zwei unterschiedlichen Pulse-Bias-Methoden ohne zusätzliche Kompensationsstromquelle zuverlässig betrieben werden. Sigma-Delta-Konvertierungsfehler für stark reduzierte Spannungspegel wurden diskutiert, berechnet und bei der Daten-Analyse berücksichtigt. Das System wurde grundlegend charakterisiert und dessen exzellente Funktionalität für den beabsichtigten Einsatzzweck experimentell demonstriert. Die Optimierung der Probenstangenabschirmung und Filterung des Pulse-Bias-Stroms bewirkte eine effiziente Reduktion weiterer potentieller Störeinflüsse durch elektromagnetische Interferenz und Übersprechen bei zukünftigen Kalibrierungen des DART im benötigten Frequenzbereich bis 225 kHz.

Zur Überprüfung der frequenzabhängigen Amplitudengenauigkeit erfolgten im Rahmen dieser Arbeit erstmalig Wechselspannungsvergleiche zwischen zwei pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormale für Signalfrequenzen bis 500 kHz. Unterhalb von 10 kHz konnte im direkten und indirekten Vergleich gezeigt werden, dass unabhängig von der verwendeten Pulse-Bias-Methode keine signifikanten Amplitudenabweichungen auftreten und beide Systeme deutlich innerhalb $\pm 0,5 \text{ } \mu\text{V/V}$ übereinstimmen. Oberhalb von 10 kHz haben die Ausgangsverkabelung und der Pulse-Bias-Strom einen Einfluss auf die synthetisierte Ausgangsspannung, der dominant quadratisch mit der Signalfrequenz skaliert. Zur Analyse der systematischen Fehler wurden hierfür erstmalig zwei getrennte pulsgetriebene Josephson-Spannungsnormale unter Verwendung unterschiedlicher Pulse-Bias-Methoden indirekt gegeneinander verglichen. Die Überprüfung der experimentellen Ergebnisse, erzielt durch inkrementelle Änderung der Leitungslänge eines Systems, stimmten mit den aus einem analytischen Modell gewonnenen Erwartungswerten und den Simulationsergebnissen überein. Die relative Differenz beider Systeme folgte der quadratischen Frequenzabhängigkeit innerhalb $\pm 1 \text{ } \mu\text{V/V}$ bis 500 kHz. Unter Verwendung eines zweipoligen Hochpassfilters wurde der Fehler durch den Pulse-Bias-Strom signifikant reduziert. Die relative Abweichung lag für identische Leitungslängen unabhängig von der verwendeten Pulse-Bias-Methode bis 500 kHz ebenfalls innerhalb $\pm 1 \text{ } \mu\text{V/V}$. Der zugrundeliegende Fehlermechanismus wurde erstmalig durch Anpassung der Hochpassfilterung des untersuchten

Systems quantitativ analysiert. Die Messergebnisse stimmen sehr gut mit dem erstellten Modell überein und liegen nach Korrektur der erwarteten Frequenzabhängigkeit auch innerhalb $\pm 1 \mu\text{V/V}$ bis 500 kHz.

Im Mehrtonwellenformbetrieb der optimierten Josephson-Spannungsrauschquelle zeigten die Ergebnisse, dass der Einfluss systematischer Fehler unabhängig von der Pulse-Bias-Methode ebenfalls auf besser $\pm 1,2 \mu\text{V/V}$ bis 240 kHz reduziert werden konnte. Darüber hinaus wurde der systematische Fehler der Ausgangskabelung durch Impedanzanpassung der Josephson-Rauschquelle verringert. Dies bewirkt sowohl eine Abschwächung des im DART-Konzept berücksichtigten und unvermeidbaren, dominant quadratisch mit der Frequenz skalierenden Anteils, als auch den Einfluss höherer Ordnungen. Anschließend wurde mit der Josephson-Spannungsrauschquelle der Frequenzgang kritischer Rauschthermometerkomponenten unter Verwendung von verzerrungsarmen Mehrtonwellenformen im Frequenzbereich bis 240 kHz kalibriert. Die Ergebnisse zeigten, dass es möglich ist, den Frequenzgang der Messelektronik um ca. drei Größenordnungen und damit auf ein einstelliges $\mu\text{V/V}$ -Niveau unter Verwendung einer im Vergleich zur Literatur stark reduzierten Tonanzahl zu glätten. Dies ist eine Grundvoraussetzung, um in zukünftigen Temperaturmessungen die thermodynamische Temperatur T mit einer Unsicherheit besser $10 \mu\text{K/K}$ direkt, ohne die Notwendigkeit einer permanenten Kalibrierung, aus den spektralen Leistungsdichten des Sensorwiderstands zu ermitteln. Ferner konnte der Einfluss von Intermodulationsverzerrung bei der Kalibrierung experimentell durch den Vergleich zweier unterschiedlicher Wellenformen demonstriert werden. Zur Überprüfung, ob die entwickelte Verstärkerelektronik ausreichend linear ist, um mit nur einer hohen („virtuellen“) Temperatur bei der Kalibrierung präzise Temperaturmessungen durchführen zu können, erfolgte eine Untersuchung der Signalverstärkungslinearität. Die Messergebnisse demonstrierten den Einfluss von Dither und angelegter Offsetspannung, speziell bei der Analog-Digital-Wandlung. Mit den gewonnenen Erkenntnissen konnte eine hervorragende Signalverstärkungslinearität des DART-Prototyp-Verstärkers inklusive Analog-Digital-Umsetzer innerhalb $\pm 2 \mu\text{V/V}$ für eingangsbezogene RMS-Rauschpegel von $9,7 \mu\text{V}$ bis $465 \mu\text{V}$ experimentell nachgewiesen werden.

Die Ergebnisse der Arbeit belegen die Einsatztauglichkeit und erforderliche Genauigkeit der Josephson-Spannungsrauschquelle zur Kalibrierung des DART, eine der Grundvoraussetzungen, um das langfristige Ziel in einem primären Thermometrieverfahren eine Messunsicherheit besser als $10 \mu\text{K/K}$ zu erreichen. Darüber hinaus liefern die Erkenntnisse substanzielle Beiträge zum vertieften Verständnis pulsgetriebener Josephson-Spannungsnormale bei höheren Signalfrequenzen. Zu wichtigen wissenschaftlichen Fragestellungen bezüglich der erfolgreichen Realisierung des neuen DART-Konzepts konnte insgesamt maßgeblich beigetragen werden. Die Ergebnisse fließen bereits jetzt in die Weiterentwicklung und Optimierung der endgültigen DART-Elektronik zur Realisierung eines praktischen Rauschthermometers ein.

Literaturverzeichnis

- [1] E. O. Göbel & U. Siegner: *The New International System of Units (SI): quantum metrology and quantum standards*, Wiley, 2019, ISBN: 978-3-527-34459-8.
- [2] P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor & E. Tiesinga: „Data and analysis for the CODATA 2017 special fundamental constants adjustment“, *Metrologia*, Bd. 55, Nr. 1, S. 125–146, 2018, DOI: 10.1088/1681-7575/aa950a.
- [3] CODATA Task Group on Fundamental Physical Constants: „Previous Recommended Values and Publications“, URL: <https://codata.org/initiatives/strategic-programme/fundamental-physical-constants/tgfc-previous-values-and-publications/> (Stand: 22.11.2020).
- [4] J. Qu, S. P. Benz, K. J. Coakley, H. Rogalla, W. L. Tew, D. R. White, K. Zhou & Z. Zhou: „An improved electronic determination of the Boltzmann constant by Johnson noise thermometry“, *Metrologia*, Bd. 54, Nr. 4, S. 549–558, 2017, DOI: 10.1088/1681-7575/aa781e.
- [5] D. Drung: „DART: Ein etabliertes Thermometrie-konzept in neuem Gewand“, URL: <https://www.ptb.de/cms/nc/ptb/fachabteilungen/abt7/news-7/> (Stand: 25.11.2020).
- [6] Bureau International des Poids et Mesures: „Guide to the Realization of the ITS-90 - Introduction“, URL: https://www.bipm.org/utis/common/pdf/ITS-90/Guide-ITS-90_1_Introduction_2018.pdf (Stand: 20.11.2020).
- [7] H. Preston-Thomas: „The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90)“, *Metrologia*, Bd. 27, Nr. 1, S. 3–10, 1990, DOI: 10.1088/0026-1394/27/1/002.
- [8] J. Fischer, M. De Podesta, K. Hill, M. Moldover, L. Pitre, R. Rusby, P. Steur, O. Tamura, R. White & L. Wolber: „Present estimates of the differences between thermodynamic temperatures and the ITS-90“, *Int. J. Thermophys.*, Bd. 32, Nr. 1-2, S. 12–25, 2011, DOI: 10.1007/s10765-011-0922-1.
- [9] D. Drung & C. Krause: „Dual-mode auto-calibrating resistance thermometer: A novel approach with Johnson noise thermometry“, *Rev. Sci. Instrum.*, Bd. 92, S. 034901, 2021, DOI: 10.1063/5.0035673.
- [10] B. D. Josephson: „Possible new effects in superconductive tunnelling“, *Phys. Lett.*, Bd. 1, Nr. 7, S. 251–253, 1962, DOI: 10.1016/0031-9163(62)91369-0.
- [11] C. Enss & S. Hunklinger: *Tiefemperaturphysik*, Springer, 2011, ISBN: 978-3-642-63202-0.
- [12] J. Bardeen, L. N. Cooper & J. R. Schrieffer: „Theory of Superconductivity“, *Phys. Rev.*, Bd. 108, Nr. 5, S. 1175–1204, 1957, DOI: 10.1103/PhysRev.108.1175.
- [13] S. Shapiro: „Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations“, *Phys. Rev. Lett.*, Bd. 11, Nr. 2, S. 80–82, 1963, DOI: 10.1103/PhysRevLett.11.80.
- [14] W. C. Stewart: „Current-voltage characteristics of Josephson junctions“, *Appl. Phys. Lett.*, Bd. 12, Nr. 8, S. 277–280, 1968, DOI: 10.1063/1.1651991.
- [15] D. E. McCumber: „Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions“, *J. Appl. Phys.*, Bd. 39, Nr. 7, S. 3113–3118, 1968, DOI: 10.1063/1.1656743.

- [16] R. Gross & A. Marx: „*Applied Superconductivity - Lecture Notes*“, Walther Meißner-Institut, Technische Universität München, 2005, URL: <https://www.wmi.badw.de/teaching/Lecturenotes/> (Stand: 21.06.2019).
- [17] F. Rohlfing: „*Induzierte Supraleitung in Nb/InAs-Hybridstrukturen in parallelen und senkrechten Magnetfeldern*“, Dissertation, Universität Regensburg, 2007, URL: <https://epub.uni-regensburg.de/10680/> (Stand: 07.02.2019).
- [18] R. Behr, O. Kieler, J. Kohlmann, F. Müller & L. Palafox: „*Development and metrological applications of Josephson arrays at PTB*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 23, Nr. 12, S. 124002, 2012, DOI: 10.1088/0957-0233/23/12/124002.
- [19] R. L. Kautz & R. Monaco: „*Survey of chaos in the rf-biased Josephson junction*“, J. Appl. Phys., Bd. 57, Nr. 3, S. 875–889, 1985, DOI: 10.1063/1.334687.
- [20] H. Schulze: „*Josephson-Kontakte mit intrinsischen Shunt für Josephson-Spannungsnormale*“, PTB-Bericht E-66, Dissertation, Universität Tübingen, 1999.
- [21] S. P. Benz & C. A. Hamilton: „*Application of the Josephson Effect to Voltage Metrology*“, Proc. IEEE, Bd. 92, Nr. 10, S. 1617–1625, 2004, DOI: 10.1109/JPROC.2004.833671.
- [22] C. A. Hamilton, C. J. Burroughs & R. L. Kautz: „*Josephson D/A Converter with Fundamental Accuracy*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 44, Nr. 2, S. 223–225, 1995, DOI: 10.1109/19.377816.
- [23] J. Lee, R. Behr, L. Palafox, A. Katkov, M. Schubert, M. Starkloff & A. C. Böck: „*An ac quantum voltmeter based on a 10 V programmable Josephson array*“, Metrologia, Bd. 50, Nr. 6, S. 612–622, 2013, DOI: 10.1088/0026-1394/50/6/612.
- [24] C. J. Burroughs, A. Rüfenacht, S. P. Benz, P. D. Dresselhaus, B. C. Waltrip & T. L. Nelson: „*Error and Transient Analysis of Stepwise-Approximated Sine Waves Generated by Programmable Josephson Voltage Standards*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 57, Nr. 7, S. 1322–1329, 2008, DOI: 10.1109/TIM.2008.917260.
- [25] R. Behr, L. Palafox, G. Ramm, H. Moser & J. Melcher: „*Direct Comparison of Josephson Waveforms Using an AC Quantum Voltmeter*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 56, Nr. 2, S. 235–238, 2007, DOI: 10.1109/TIM.2007.891076.
- [26] W. G. K. Ihlenfeld & R. P. Landim: „*Investigations on extending the frequency range of PJVS based AC voltage calibrations by coherent subsampling*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Ottawa, 2016, DOI: 10.1109/CPEM.2016.7539732.
- [27] R. Behr & L. Palafox: „*An AC quantum voltmeter for frequencies up to 100 kHz*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191907.
- [28] A. Rüfenacht, N. E. Flowers-Jacobs & S. P. Benz: „*Impact of the latest generation of Josephson voltage standards in ac and dc electric metrology*“, Metrologia, Bd. 55, Nr. 5, S. 152–173, 2018, DOI: 10.1088/1681-7575/aad41a.
- [29] S. P. Benz & C. A. Hamilton: „*A pulse-driven programmable Josephson voltage standard*“, Appl. Phys. Lett., Bd. 68, Nr. 22, S. 3171–3173, 1996, DOI: 10.1063/1.115814.
- [30] O. Kieler, R. Behr, R. Wendisch, S. Bauer, L. Palafox & J. Kohlmann: „*Towards a 1 V Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 25, Nr. 3, S. 1–5, 2015, DOI: 10.1109/TASC.2014.2366916.

- [31] S. P. Benz, S. B. Waltman, A. E. Fox, P. D. Dresselhaus, A. Rüfenacht, J. M. Underwood, L. A. Howe, R. E. Schwall & C. J. Burroughs: „*One-Volt Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 25, Nr. 1, S. 1–8, 2015, DOI: 10.1109/TASC.2014.2357760.
- [32] N. E. Flowers-Jacobs, A. Rüfenacht, A. E. Fox, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Calibration of an AC Voltage Source Using a Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer at 4 V*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191787.
- [33] J. B. Johnson: „*Thermal Agitation of Electricity in Conductors*“, Phys. Rev., Bd. 32, Nr. 1, S. 97–109, 1928, DOI: 10.1103/PhysRev.32.97.
- [34] H. Nyquist: „*Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors*“, Phys. Rev., Bd. 32, Nr. 1, S. 110–113, 1928, DOI: 10.1103/PhysRev.32.110.
- [35] J. Fischer u. a.: „*The Boltzmann project*“, Metrologia, Bd. 55, Nr. 2, S. 1–20, 2018, DOI: 10.1088/1681-7575/aaa790.
- [36] J. Qu, S. P. Benz, H. Rogalla, W. L. Tew, D. R. White & K. Zhou: „*Johnson noise thermometry*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 30, Nr. 11 2019, DOI: 10.1088/1361-6501/ab3526.
- [37] D. R. White, R. Galleano, A. Actis, H. G. Brixy, M. D. Groot, J. Dubbeldam, A. L. Reesink, F. Edler, H. Sakurai, R. L. Shepard & J. C. Gallop: „*The status of Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 33, Nr. 4, S. 325–335, 1996, DOI: 10.1088/0026-1394/33/4/6.
- [38] H. G. Brixy: „*Temperature measurement in nuclear reactors by noise thermometry*“, Nucl. Instrum. Methods, Bd. 97, Nr. 1, S. 75–80, 1971, DOI: 10.1016/0029-554X(71)90514-3.
- [39] S. P. Benz, J. M. Martinis, S. W. Nam, W. L. Tew & D. R. White: „*A new approach to Johnson noise thermometry using a quantum voltage noise source for calibration*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Ottawa, S. 438–439, 2002, DOI: 10.1109/cpem.2002.1034908.
- [40] N. E. Flowers-Jacobs, A. Pollarolo, K. J. Coakley, A. E. Fox, H. Rogalla, W. L. Tew & S. P. Benz: „*A Boltzmann constant determination based on Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 54, Nr. 5, S. 730–737, 2017, DOI: 10.1088/1681-7575/aa7b3f.
- [41] N. E. Flowers-Jacobs, A. Pollarolo, K. J. Coakley, A. C. Weis, A. E. Fox, H. Rogalla, W. L. Tew & S. P. Benz: „*The NIST Johnson Noise Thermometry System for the Determination of the Boltzmann Constant*“, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., Bd. 122, Nr. 46, S. 1–46, 2017, DOI: 10.6028/jres.122.046.
- [42] D. R. White & E. Zimmermann: „*Preamplifier limitations on the accuracy of Johnson noise thermometers*“, Metrologia, Bd. 37, Nr. 1, S. 11–23, 2000, DOI: 10.1088/0026-1394/37/1/3.
- [43] S. W. Nam, S. P. Benz, J. M. Martinis, P. D. Dresselhaus, W. L. Tew & D. R. White: „*A Ratiometric Method for Johnson Noise Thermometry Using a Quantized Voltage Noise Source*“, AIP Conf. Proc., Bd. 684, Nr. 2, S. 37–42, 2003, DOI: 10.1063/1.1627097.
- [44] S. P. Benz, P. D. Dresselhaus & C. J. Burroughs: „*Multitone Waveform Synthesis With a Quantum Voltage Noise Source*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 21, Nr. 3, S. 681–686, 2011, DOI: 10.1109/TASC.2010.2083616.

- [45] D. R. White & S. P. Benz: „*Constraints on a synthetic-noise source for Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 45, Nr. 1, S. 93–101, 2008, DOI: 10.1088/0026-1394/45/1/013.
- [46] F. Edler, M. Kühne & E. Tegeler: „*Noise temperature measurements for the determination of the thermodynamic temperature of the melting point of palladium*“, Metrologia, Bd. 41, Nr. 1, S. 47–55, 2004, DOI: 10.1088/0026-1394/41/1/007.
- [47] L. Callegaro, V. D’Elia, M. Pisani & A. Pollaro: „*A Johnson noise thermometer with traceability to electrical standards*“, Metrologia, Bd. 46, Nr. 5, S. 409–415, 2009, DOI: 10.1088/0026-1394/46/5/004.
- [48] C. Urano, T. Yamada, M. Maezawa, K. Yamazawa & N. Kaneko: „*Measuring the Boltzmann’s Constant Using Superconducting Integrated Circuit*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 66, Nr. 6, S. 1323–1328, 2017, DOI: 10.1109/TIM.2016.2637598.
- [49] D. R. White, S. P. Benz, J. R. Labenski, S. W. Nam, J. Qu, H. Rogalla & W. L. Tew: „*Measurement time and statistics for a noise thermometer with a synthetic-noise reference*“, Metrologia, Bd. 45, Nr. 4, S. 395–405, 2008, DOI: 10.1088/0026-1394/45/4/004.
- [50] K. J. Coakley & J. Qu: „*Spectral model selection in the electronic measurement of the Boltzmann constant by Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 54, Nr. 2, S. 204–217, 2017, DOI: 10.1088/1681-7575/aa5d21.
- [51] J. Brevik, A. Boaventura, A. Babenko, M. Castellanos-Beltran, N. Flowers-Jacobs, A. Fox, P. Hopkins, P. Dresselhaus, D. Williams & S. Benz: „*Cryogenic Calibration of the RF Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191746.
- [52] Bureau International des Poids et Mesures: „*Guide to the Realization of the ITS-90 - Platinum Resistance Thermometry*“, URL: <https://www.bipm.org/utils/common/pdf/ITS-90/Guide-ITS-90-Platinum-Resistance-Thermometry.pdf> (Stand: 11.10.2020).
- [53] S. P. Benz, J. M. Martinis, P. D. Dresselhaus & W. N. Sae: „*An AC Josephson Source for Johnson Noise Thermometry*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 52, Nr. 2, S. 545–549, 2003, DOI: 10.1109/TIM.2003.811687.
- [54] O. F. O. Kieler: „*Pulsgetriebenes AC-Josephson-Spannungsnormale - Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, PTB-Bericht E-109, Dissertation, Technische Universität Ilmenau, 2017, URL: <http://opac.lbs-ilmenau.gbv.de/DB=1/PPN?PPN=881352977> (Stand: 07.03.2019).
- [55] P. D. Dresselhaus, M. M. Elsbury & S. P. Benz: „*Tapered Transmission Lines With Dissipative Junctions*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 19, Nr. 3, S. 993–998, 2009, DOI: 10.1109/TASC.2009.2019245.
- [56] M. Watanabe, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Resonance-Free Low-Pass Filters for the AC Josephson Voltage Standard*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 16, Nr. 1, S. 49–53, 2006, DOI: 10.1109/TASC.2005.863533.
- [57] R. Schreier & G. C. Temes: *Understanding Delta-Sigma Data Converters*, IEEE Press, 2005, ISBN: 978-1-110-25827-8.
- [58] O. Kieler, R. Iuzzolino & J. Kohlmann: „*Sub- μ m SNS Josephson Junction arrays for the Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 19, Nr. 3, S. 230–233, 2009, DOI: 10.1109/TASC.2009.2019283.

- [59] J. M. Underwood: „*Uncertainty analysis for ac–dc difference measurements with the AC Josephson voltage standard*“, Metrologia, Bd. 56, Nr. 1, S. 015012, 2019, DOI: 10.1088/1681-7575/aaf5e5.
- [60] S. P. Benz, C. J. Burroughs & P. D. Dresselhaus: „*AC Coupling Technique for Josephson Waveform Synthesis*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 11, Nr. 1, S. 612–616, 2001, DOI: 10.1109/77.919419.
- [61] C. J. Burroughs, S. P. Benz & P. D. Dresselhaus: „*AC Josephson Voltage Standard Error Measurements and Analysis*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 52, Nr. 2, S. 542–544, 2003, DOI: 10.1109/TIM.2003.811685.
- [62] K. Zhou, J. Qu & S. P. Benz: „*Zero-Compensation Method and Reduced Inductive Voltage Error for the AC Josephson Voltage Standard*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 25, Nr. 5, S. 1–6, 2015, DOI: 10.1109/TASC.2015.2470684.
- [63] S. P. Benz & S. B. Waltman: „*Pulse-Bias Electronics and Techniques for a Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 24, Nr. 6, 2014, DOI: 10.1109/TASC.2014.2338326.
- [64] J. A. Brevik, N. E. Flowers-Jacobs, A. E. Fox, E. B. Golden, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Josephson Arbitrary Waveform Synthesis with Multilevel Pulse Biasing*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 27, Nr. 3, 2017, DOI: 10.1109/TASC.2017.2662708.
- [65] O. Kieler, J. Kohlmann, R. Behr, F. Müller, L. Palafox & J. Niemeyer: „*SNS Josephson Junction Series Arrays for the Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 17, Nr. 2, S. 187–190, 2007, DOI: 10.1109/TASC.2007.898652.
- [66] R. Pöpel: „*The Josephson Effect and Voltage Standards*“, Metrologia, Bd. 29, Nr. 2, S. 153–174, 1992, DOI: 10.1088/0026-1394/29/2/005.
- [67] E. Houtzager, S. P. Benz & H. E. van den Brom: „*Operating Margins for a Pulse-Driven Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer Using a Ternary Bit-Stream Generator*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 58, Nr. 4, S. 775–780, 2009, DOI: 10.1109/TIM.2008.2008471.
- [68] U. Zölzer: *Digital Audio Signal Processing*, John Wiley & Sons, 2008, ISBN: 978-0-470-99785-7.
- [69] S. P. Benz, A. Pollarolo, J. Qu, H. Rogalla, C. Urano, W. L. Tew, P. D. Dresselhaus & D. R. White: „*An electronic measurement of the Boltzmann constant*“, Metrologia, Bd. 48, Nr. 3, S. 142–153, 2011, DOI: 10.1088/0026-1394/48/3/008.
- [70] R. Morrison: *Grounding and Shielding: Circuits and Interference*, Wiley, 2016, ISBN: 978-1-119-18374-7.
- [71] S. Bauer, R. Behr, T. Hagen, O. Kieler, J. Lee, L. Palafox & J. Schurr: „*A novel two-terminal-pair pulse-driven Josephson impedance bridge linking a 10 nF capacitance standard to the quantized Hall resistance*“, Metrologia, Bd. 54, Nr. 2, S. 152–160, 2017, DOI: 10.1088/1681-7575/aa5ba8.
- [72] F. Overney, N. E. Flowers-Jacobs, B. Jeanneret, A. Rüfenacht, A. E. Fox, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Dual Josephson impedance bridge: towards a universal bridge for impedance metrology*“, Metrologia 2020, DOI: 10.1088/1681-7575/ab948d.
- [73] S. P. Benz, C. J. Burroughs, P. D. Dresselhaus, N. F. Bergren, T. E. Lipe, J. R. Kinard & Y. Thang: „*An AC Josephson Voltage Standard for AC-DC Transfer-Standard Measurements*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 56, Nr. 2, S. 239–243, 2007, DOI: 10.1109/TIM.2007.891153.

- [74] T. E. Lipe, J. R. Kinard, Y. Tang, S. P. Benz, C. J. Burroughs & P. D. Dresselhaus: „*Thermal voltage converter calibrations using a quantum ac standard*“, Metrologia, Bd. 45, Nr. 3, S. 275–280, 2008, DOI: 10.1088/0026-1394/45/3/003.
- [75] O. Kieler, R. P. Landim, S. P. Benz, P. D. Dresselhaus & C. J. Burroughs: „*AC-DC Transfer Standard Measurements and Generalized Compensation With the AC Josephson Voltage Standard*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 57, Nr. 4, S. 791–796, 2008, DOI: 10.1109/TIM.2007.913817.
- [76] H. E. van den Brom, O. Kieler, S. Bauer & E. Houtzager: „*AC-DC Calibrations With a Pulse-Driven AC Josephson Voltage Standard Operated in a Small Cryostat*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 66, Nr. 6, S. 1391–1396, 2017, DOI: 10.1109/TIM.2017.2662381.
- [77] P. S. Filipinski, H. E. van den Brom & E. Houtzager: „*International comparison of quantum AC voltage standards for frequencies up to 100 kHz*“, Measurement, Bd. 45, Nr. 9, S. 2218–2225, 2012, DOI: 10.1016/j.measurement.2012.03.008.
- [78] R. Behr, O. Kieler & L. Palafox: „*Direct DC Comparison of a 1 V Josephson arbitrary waveform synthesizer and a programmable Josephson voltage standard*“, Metrologia, in Vorbereitung.
- [79] S. Solve, R. Chayramy, M. Maruyama, C. Urano, N. H. Kaneko & A. Rüfenacht: „*Direct DC 10 V comparison between two programmable Josephson voltage standards made of niobium nitride (NbN)-based and niobium (Nb)-based Josephson junctions*“, Metrologia, Bd. 55, Nr. 2, S. 302–313, 2018, DOI: 10.1088/1681-7575/aaac44.
- [80] A. Rüfenacht, Y. Tang, S. Solve, A. E. Fox, P. D. Dresselhaus, C. J. Burroughs, R. E. Schwall, R. Chayramy & S. P. Benz: „*Automated direct comparison of two cryocooled 10 volt programmable Josephson voltage standards*“, Metrologia, Bd. 55, Nr. 4, S. 585–596, 2018, DOI: 10.1088/1681-7575/aacbeb.
- [81] A. Rüfenacht, N. E. Flowers-Jacobs, A. E. Fox, S. B. Waltman, R. E. Schwall, C. J. Burroughs, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*DC Comparison of a Programmable Josephson Voltage Standard and a Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Paris, 2018, DOI: 10.1109/CPEM.2018.8500955.
- [82] R. Behr, O. Kieler, J. Lee, S. Bauer, L. Palafox & J. Kohlmann: „*Direct comparison of a 1 V Josephson arbitrary waveform synthesizer and an ac quantum voltmeter*“, Metrologia, Bd. 52, Nr. 4, S. 528–537, 2015, DOI: 10.1088/0026-1394/52/4/528.
- [83] B. Jeanneret, A. Rüfenacht, F. Overney, H. E. van den Brom & E. Houtzager: „*High precision comparison between a programmable and a pulse-driven Josephson voltage standard*“, Metrologia, Bd. 48, Nr. 5, S. 311–316, 2011, DOI: 10.1088/0026-1394/48/5/011.
- [84] N. E. Flowers-Jacobs, A. Rüfenacht, A. E. Fox, S. B. Waltman, J. A. Brevik, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Three Volt Pulse-Driven Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Paris, 2018, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191907.
- [85] O. Kieler, R. Behr, D. Schleussner, L. Palafox & J. Kohlmann: „*Precision Comparison of Sine Waveforms With Pulse-Driven Josephson Arrays*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 23, Nr. 3, S. 1301404, 2013, DOI: 10.1109/TASC.2013.2237817.

- [86] M. Kraus, O. Kieler, R. Behr, J. Herick, S. Bauer, L. Palafox & F. Ahlers: „*Frequency-Dependent Verification of the Quantum Accuracy of a Quantum Voltage Noise Source*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191757.
- [87] T. J. Witt & D. Reymann: „*Using power spectra and Allan variances to characterise the noise of Zener-diode voltage standards*“, IEE Proc. Sci. Meas. Technol., Bd. 147, Nr. 4, S. 177–182, 2000, DOI: 10.1049/ip-smt:20000414.
- [88] C. Krause: „*Optimierung des ultrastabilen rauscharmen Stromverstärkers*“, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2019, URL: https://publikationsserver.tu-braunschweig.de/receive/dbbs_mods_00067016 (Stand: 05.01.2020).
- [89] R. P. Landim, S. P. Benz, P. D. Dresselhaus & C. J. Burroughs: „*Systematic Error Signals in the AC Josephson Voltage Standard: Measurement and Reduction*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 57, Nr. 6, S. 1215–1220, 2008, DOI: 10.1109/TIM.2007.915100.
- [90] P. S. Filipski, J. R. Kinard, T. E. Lipe, Y. Tang & S. P. Benz: „*Correction of Systematic Errors Due to the Voltage Leads in an AC Josephson Voltage Standard*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 58, Nr. 4, S. 853–858, 2009, DOI: 10.1109/TIM.2008.2008086.
- [91] P. S. Filipski, M. Boecker, S. P. Benz & C. J. Burroughs: „*Experimental Determination of the Voltage Lead Error in an AC Josephson Voltage Standard*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 60, Nr. 7, S. 2387–2392, 2011, DOI: 10.1109/TIM.2011.2113830.
- [92] H. E. van den Brom & E. Houtzager: „*Voltage lead corrections for a pulse-driven ac Josephson voltage standard*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 23, Nr. 12, S. 124007, 2012, DOI: 10.1088/0957-0233/23/12/124007.
- [93] D. Zhao, H. E. van den Brom & E. Houtzager: „*Mitigating voltage lead errors of an AC Josephson voltage standard by impedance matching*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 28, Nr. 9 2017, DOI: 10.1088/1361-6501/aa7aba.
- [94] M. Kraus, D. Drung, R. Behr, L. Palafox, O. F. Kieler, S. Bauer & J. Herick: „*Measurement and analysis of high-frequency voltage errors in the Josephson arbitrary waveform synthesizer*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 31, Nr. 12, S. 125003, 2020, DOI: 10.1088/1361-6501/aba458.
- [95] M. Kraus, R. Behr, O. Kieler, S. Bauer, L. Palafox, O. F. Kieler & J. Herick: „*Evaluation of the Zero-Compensation Method Based on the Comparison of Two Pulse-Driven Josephson Voltage Standards*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191757.
- [96] National Instruments: „*Specifications PXI 5922, 24-Bit, Flexible Resolution PXI Oscilloscope*“, URL: <http://www.ni.com/pdf/manuals/374033b.pdf> (Stand: 24.08.2020).
- [97] S. P. Benz, P. D. Dresselhaus, C. J. Burroughs & N. F. Bergren: „*Precision Measurements Using a 300 mV Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 17, Nr. 2, S. 864–869, 2007, DOI: 10.1109/TASC.2007.898138.
- [98] N. E. Flowers-Jacobs, S. B. Waltman, A. E. Fox, P. D. Dresselhaus & S. P. Benz: „*Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer with Two Layers of Wilkinson Dividers and an FIR Filter*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 26, Nr. 6, S. 1400307, 2016, DOI: 10.1109/TASC.2016.2582800.

- [99] H. Tian, O. Kieler, R. Behr, R. Wendisch, R. W. Gerdau, K. Kuhlmann & J. Kohlmann: „*Development of RF Power Dividers for the Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*“, IEEE Trans. Appl. Supercond., Bd. 30, Nr. 5 2020, DOI: 10.1109/TASC.2020.2970216.
- [100] M. Kraus, D. Drung, C. Krause, L. Palafox & R. Behr: „*Linearity measurements of critical Johnson noise thermometer components with low-distortion multitones from a Josephson arbitrary waveform synthesizer*“, Meas. Sci. Technol., Bd. 32, Nr. 6, S. 065006, 2021, DOI: 10.1088/1361-6501/abd1fc.
- [101] D. Drung & C. Krause: „*Linearity Measurements on Critical Noise Thermometer Components*“, IEEE CPEM Conf. Dig., Denver, 2020, DOI: 10.1109/CPEM49742.2020.9191699.
- [102] J. Qu, S. P. Benz, H. Rogalla & D. R. White: „*Reduced non-linearities and improved temperature measurements for the NIST Johnson noise thermometer*“, Metrologia, Bd. 46, Nr. 5, S. 512–524, 2009, DOI: 10.1088/0026-1394/46/5/016.
- [103] J. Qu, S. P. Benz, A. Pollarolo & H. Rogalla: „*Reduced Nonlinearity Effect on the Electronic Measurement of the Boltzmann Constant*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 60, Nr. 7, S. 2427–2433, 2011, DOI: 10.1109/TIM.2010.2099310.
- [104] D. R. White: „*Systematic Errors in a High-Accuracy Johnson Noise Thermometer*“, Metrologia, Bd. 20, Nr. 1, S. 1–9, 1984, DOI: 10.1088/0026-1394/20/1/002.
- [105] D. R. White & C. P. Pickup: „*Systematic Errors in Digital Cross Correlators Due to Quantization and Differential Nonlinearity*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. IM-36, Nr. 1, S. 47–53, 1987, DOI: 10.1109/TIM.1987.6312629.
- [106] D. R. White: „*Calibration of a Digital Cross-correlator for Johnson Noise Thermometry*“, Metrologia, Bd. 29, Nr. 1, S. 23–35, 1992, DOI: 10.1088/0026-1394/29/1/005.
- [107] D. R. White: „*Non-linearity in Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 49, Nr. 6, S. 651–665, 2012, DOI: 10.1088/0026-1394/49/6/651.
- [108] J. G. Proakis & M. Salehi: *Grundlagen der Kommunikationstechnik*, Pearson, 2004, ISBN: 978-3-827-37064-8.
- [109] C. Evans & D. Rees: „*Nonlinear Distortions and Multisine Signals - Part I: Measuring the Best Linear Approximation*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 49, Nr. 3, S. 602–609, 2000, DOI: 10.1109/19.850402.
- [110] J. Qu, S. P. Benz, A. Pollarolo, H. Rogalla, W. L. Tew, D. R. White & K. Zhou: „*Improved electronic measurement of the Boltzmann constant by Johnson noise thermometry*“, Metrologia, Bd. 52, Nr. 5, S. 242–256, 2015, DOI: 10.1088/0026-1394/52/5/S242.
- [111] C. Evans & D. Rees: „*Nonlinear Distortions and Multisine Signals - Part II: Minimizing the Distortion*“, IEEE Trans. Instrum. Meas., Bd. 49, Nr. 3, S. 610–616, 2000, DOI: 10.1109/19.850403.

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich in den letzten Jahren auf unterschiedliche Weise unterstützt haben und so zum Zustandekommen dieser Arbeit beitragen. Besonderer Dank gilt:

- Prof. Dr. Meinhard Schilling für die Betreuung dieser Arbeit von Seiten der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig
- Prof. Dr. Uwe Siegner für die wissenschaftliche Betreuung als Zweitgutachter
- Dr. Franz Josef Ahlers und Dr. Hansjörg Scherer für das Vertrauen und die Möglichkeit zur Durchführung der Arbeit an der PTB
- meinem PTB-Mentor Dr. Ralf Behr, nicht nur für die intensive Betreuung dieser Arbeit, die Hilfestellung bei jeglichen Schwierigkeiten und die vielen konstruktiven Fachgespräche, sondern vor allem für das motivierende, ermutigende Vertrauen, sowie das freundschaftliche, hilfsbereite und verständnisvolle Miteinander in seiner Arbeitsgruppe
- meinen PTB-Kollegen aus der Arbeitsgruppe 2.63 „Josephson-Effekt, Spannung“ Dr. Luis Palafox, Dr. Stephan Bauer, Dr. Jonas Herick und Susanne Gruber für die Unterstützung bei technischen Problemen, die zahlreichen wertvollen Ratschläge und das Beantworten vieler fachlicher Fragen
- meinen PTB-Kollegen aus Berlin Dr. Dietmar Drung und Dr. Christian Krause für die spannende und fruchtbare Zusammenarbeit, die interessanten Diskussionen und ihre fachliche Expertise
- Dr. Dr. Oliver Kieler und seinen Mitarbeitern des PTB-Reinraumteams für die Fertigung der Josephson-Schaltungen und die Unterstützung im Umgang mit dem pulsgetriebenen Josephson-Spannungsnormal
- Michael Busse und Torsten Stöcker vom PTB-Heliumteam für die reibungslose Helium-Versorgung und Gerhard Muchow für das Anfertigen mechanischer Komponenten

Mein größter Dank gilt meinen Eltern Margit und Werner, sowie meinem Bruder Daniel, die immer für mich da sind und mich stets unterstützen. Auf sie kann und konnte ich mich jederzeit verlassen.

„Die Neugier steht immer an erster Stelle eines Problems, das gelöst werden will.“

Galileo Galilei